

Optimasi Produksi Susu Dengan Algoritma *Affine Scaling* (Studi Kasus Pada Industri Susu Rembangan Jember)

Laras Vegi Nuranggraini¹, Agustina Pradjaningsih², Abduh Riski³

¹Mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember

^{2,3}Dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember
larasvegi25@gmail.com, agustina.fmipa@unej.ac.id, riski.fmipa@unej.ac.id

Info Artikel

Riwayat Artikel:

Diterima: 05-12-2021

Direvisi: 10-12-2021

Diterbitkan: 10-01-2021

Kata Kunci:

Optimasi

Program Linier

Algoritma *Affine Scaling*

ABSTRAK

Optimasi berhubungan erat dengan permasalahan dalam proses memaksimalkan keuntungan atau meminimalkan biaya. Penelitian ini menggunakan Algoritma *Affine Scaling* untuk memaksimalkan keuntungan. Algoritma *Affine Scaling* dapat digunakan untuk permasalahan program linier yang memiliki variabel dan kendala yang banyak. Variabel keputusan yang digunakan pada penelitian ini adalah jenis produk terdiri dari susu original, susu *tiramisu*, susu *red velvet*, susu *coffe caramel*, susu durian dan susu *vanila late*. Fungsi kendala yang digunakan terdiri dari kendala bahan baku, kendala biaya produksi, kendala waktu produksi dan kendala bahan pendukung. Pembentukan model program linier pada penelitian ini menggunakan algoritma *Affine Scaling* dan selanjutnya dilakukan simulasi program menggunakan *software Matrix Laboratory* (MATLAB). Penelitian ini menghasilkan bahwa algoritma *Affine Scaling* dapat diterapkan pada permasalahan kasus maksimasi optimasi Industri Susu Rembangan. Hal tersebut dibuktikan dengan terjadi peningkatan keuntungan Industri Susu Rembangan sebesar Rp 1.186.000.

Copyright © 2022 SIMANIS.
All rights reserved.

Korespondensi:

Agustina Pradjaningsih,
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jember,
Jl. Kalimantan No. 37 Jember, Jawa Timur, Indonesia 68121
agustina.fmipa@unej.ac.id

1. PENDAHULUAN

Susu sapi merupakan salah satu komoditas hasil peternakan yang mempunyai banyak peran dalam pemenuhan kebutuhan kalsium, protein, vitamin, lemak dan mineral dalam tubuh [7]. Kebutuhan susu hingga saat ini terus mengalami peningkatan, hal tersebut dilihat pada konsumsi susu sapi yang terus meningkat di tanah air akan tetapi belum diimbangi dengan kemampuan peternak sapi untuk menyediakan produksi susu sapi yang berkualitas. Pertumbuhan produksi susu sapi dalam negeri pada kisaran 2 persen per tahun, sedangkan pertumbuhan kebutuhan susu sapi lebih dari 5 persen per tahun. Kebutuhan bahan baku Susu Segar Dalam Negeri (SSDN) mencapai 3,8 juta ton per tahun, angka ini belum mencukupi pasokan bahan baku SSDN[4].

Proses pencarian solusi optimal pada sebuah permasalahan suatu model matematis dikenal dengan sebutan optimasi. Optimasi berhubungan erat dengan permasalahan dalam proses memaksimalkan keuntungan atau meminimalkan biaya atau kendala. Permasalahan optimasi yang melibatkan persamaan linier pada fungsi tujuan dan fungsi kendala dan dikembangkan pada suatu pemrograman matematika disebut program linier [9]. Permasalahan program linier dapat diselesaikan dengan algoritma *Affine Scaling*. Algoritma *Affine Scaling*

atau biasa dikenal dengan sebutan algoritma titik interior, diselesaikan pertama kali oleh I.I. Dikin pada tahun 1967 [10]. Algoritma *Affine Scaling* dapat digunakan untuk permasalahan program linier yang memiliki jumlah variabel yang banyak, selain itu permasalahan dengan kendala dalam jumlah banyak akan lebih cepat mencapai titik optimal [3].

Algoritma titik interior pada [2] digunakan untuk meminimumkan biaya dan mengoptimalkan kandungan nutrisi untuk kebutuhan gizi pada lembu di kelurahan Ladang Bambu. Algoritma *Affine Scaling* dapat mengoptimalkan program listrik pedesaan Jawa dan Kalimantan. Hal ini didukung dengan total akses listrik meningkat sebesar 6,3% dari total akses listrik sebelumnya dengan total penghematan pagu anggaran sebesar 0,015% [5]. Penerapan algoritma *Affine Scaling* menghasilkan peningkatan laba perusahaan sebesar 4,84% [8]. Algoritma *Affine Scaling* digunakan untuk menyelesaikan program linier dengan koefisien yang berbentuk interval. Program linier dengan koefisien interval dikembangkan dari program linier klasik dimana koefisien nilainya tidak diketahui dengan pasti dan harus diperkirakan. Hal ini memudahkan pengambil keputusan dalam mengantisipasi ketidakpastian dalam mengambil keputusan dari suatu situasi yang tidak pasti di dunia nyata [6].

Produsen susu salah satunya Industri Susu Rembangan mempunyai kendala terbatasnya susu sapi sebagai sumber daya bahan baku. Hal tersebut dikarenakan sulitnya pakan hijauan dan penurunan kualitas sapi perah itu sendiri. Menurunnya kualitas sapi perah mempengaruhi susu sapi yang dihasilkan, sehingga kecil kemungkinan para peternak sapi perah dalam menguayakan peningkatan susu sapi yang disetor sebagai bahan baku utama produk. Terbatasnya sumber daya bahan baku yaitu susu sapi yang dimiliki menuntut adanya pengalokasian sumber daya untuk menghasilkan produk yang optimal dengan tujuan memaksimalkan keuntungan. Sehingga algoritma *Affine Scaling* dipilih untuk diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan ini sehingga dapat dicapai solusi yang optimal.

2. METODE PENELITIAN

Metode yang diterapkan pada penelitian ini adalah algoritma *Affine Scaling*. Bahan yang diperoleh untuk melakukan penelitian berdasarkan dari studi literatur sehingga didapatkan kajian dari buku atau jurnal terkait yang dapat mendukung penelitian yang dilakukan. Pengambilan data primer diperoleh dengan observasi secara langsung. Permasalahan pada penelitian ini dibatasi pada faktor kendala yang digunakan meliputi ketersediaan bahan baku, biaya produksi, waktu produksi, dan ketersediaan bahan pendukung. Data produksi tiap jenis produk yang digunakan bulan Januari 2021.

2.1 Data Observasi

Penelitian ini mengumpulkan data antara lain jenis produk, banyaknya bahan baku dan bahan pendukung yang digunakan, harga beli bahan baku dan bahan pendukung, harga jual produk dan waktu produksi pada bulan Januari 2021. Data yang telah dikumpulkan tersebut sebagai kendala permasalahan optimasi produksi dan data hasil perhitungan keuntungan tiap produk sebagai fungsi tujuan dalam memaksimalkan keuntungan.

2.2 Variabel Penelitian

Industri Susu Rembangan Jember memproduksi 6 jenis produk susu diantaranya susu original, susu *tiramisu*, susu *red velvet*, susu *coffe caramel*, susu durian dan susu *vanila late*. Produk tersebut diproduksi dalam botol dengan isi 250 ml per botol. Jenis produk didefinisikan sebagai variabel penelitian sebagai berikut:

- x_1 adalah susu original.
- x_2 adalah susu *tiramisu*.
- x_3 adalah susu *red velvet*.
- x_4 adalah susu *coffe caramel*.
- x_5 adalah susu durian.
- x_6 adalah susu *vanila late*.

2.3 Pengolahan dan Analisis Data

Pengolahan dan analisis data dimulai dengan mendeskripsikan data observasi yang telah dikumpulkan menjadi variabel keputusan dan kendala penelitian. Variabel keputusan dan kendala penelitian selanjutnya diformulasikan menjadi bentuk model program linier. Bentuk umum model program linier diformulasikan secara matematis sebagai berikut [9]:

Fungsi tujuan: Maksimumkan atau minimumkan $Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$

dengan kendala $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j (\leq, =, \geq) b_i, i = 1, 2, \dots, m,$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$

Untuk $i = 1, 2, \dots, m$ dan $j = 1, 2, \dots, n$

dimana:

Z = fungsi tujuan yang dicari nilai optimalnya (maksimal, minimal)

c_j = koefisien keputusan variabel keputusan ke- j

n = macam jenis produk yang tersedia

m = jumlah banyaknya kendala yang tersedia

x_j = variabel keputusan ke- j

a_{ij} = koefisien fungsi kendala ke- i untuk variabel keputusan ke- j

b_i = kapasitas kendala ke- i

Bentuk umum model program linier kemudian diubah menjadi bentuk kanonik dimana model program linier pada fungsi kendala yang berbentuk pertidaksamaan diubah menjadi persamaan dengan menambah ruas kiri dengan variabel *slack* ataupun mengurangi ruas kiri dengan variabel *surplus*. Variabel *slack* ditambahkan pada ruas kiri jika pertidaksamaan $\leq$, variabel *surplus* dikurangkan pada ruas kiri jika pertidaksamaan $\geq$ sehingga bentuk fungsi kendala dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i \text{ menjadi } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + S_j = b_i$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i \text{ menjadi } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - S_j = b_i.$$

Permasalahan program linier yang akan diselesaikan dengan algoritma *Affine Scaling* terlebih dahulu diubah ke bentuk kanonik. Berikut langkah-langkah algoritma *Affine Scaling* [1]:

Langkah 1: Iterasi dimulai dengan menentukan titik-titik interior awal yang memenuhi daerah layak $\tilde{X}^0 = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Titik interior $\tilde{X}^0$ merupakan sembarang titik di daerah layak yang memenuhi pertidaksamaan.

Langkah 2: Mendefinisikan matriks diagonal

$$D = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x_n \end{bmatrix}$$

Langkah 3: Menghitung $\tilde{A} = AD$ dan $\tilde{c} = Dc$.

dengan:

A = Koefisien dari fungsi kendala

$\tilde{A}$ = Koefisien baru dari fungsi kendala

D = Matriks diagonal dari *interior point*

c = Koefisien dari fungsi tujuan

$\tilde{c}$ = Koefisien baru dari fungsi tujuan

Langkah 4: Menentukan proyeksi matriks

$$P = I - \tilde{A}^T(\tilde{A}\tilde{A}^T)^{-1}\tilde{A}$$

dengan:

P = Matriks proyeksi

I = Matrik identitas

Langkah 5: Menentukan arah gradien proyeksi dari fungsi tujuan

$$c_p = P\tilde{c} \text{ dan } v = |\min(c_p)|$$

dengan:

c_p = Tingkat kemiringan yang diproyeksikan

P = Matriks proyeksi

v = Nilai absolut dari komponen negatif c_p

Langkah 6: Menentukan dengan iterasi koordinat titik baru

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{v} c_p,$$

dimana $\tilde{x}$ adalah matriks $(n + m) \times 1$ dan $\alpha \in (0, 1)$, nilai alpha yang digunakan sebesar 0.9.

Langkah 7: Mencari titik baru pemecahan didalam ruang transformasi

$$x = D\tilde{x}.$$

Langkah 8: Transformasi titik baru pemecahan dari ruang transformasi ke ruang awal.

$$Z = c^T x.$$

Langkah 9: Setelah melakukan transformasi titik ke ruang awal, subsitusikan titik tersebut ke fungsi tujuan Z dan cek apakah nilai fungsi tujuan Z yang baru memenuhi

$$Z_{i+1} \leq Z_i.$$

Langkah 10: Apabila tidak memenuhi kriteria pemberhentian $Z_{i+1} > Z_i$ maka dilakukan iterasi ulang ke langkah pertama, dimana $\tilde{X}_{i+1}$ adalah titik interior baru.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai penerapan algoritma *Affine Scaling* pada permasalahan optimasi produktivitas Susu Rembangan. Penerapan algoritma *Affine Scaling* tersebut dilakukan perhitungan dengan menggunakan bantuan *software Matrix Laboratory* (MATLAB).

3.1. Hasil

Pembentukan model terdiri dari pemodelan fungsi kendala dan pemodelan fungsi tujuan. Pemodelan fungsi kendala dibagi menjadi empat tabel. Tabel 1 yaitu tabel kendala bahan baku susu sapi, tabel 2 kendala biaya produksi, tabel 3 kendala waktu produksi dan tabel 4 kendala bahan pendukung. Pemodelan fungsi tujuan yaitu memaksimalkan keuntungan disajikan pada Tabel 5.

Tabel 1 Tabel kendala bahan baku (susu sapi)

Jenis Produk	Bahan Baku (ml)
Susu Original	250
Susu <i>Tiramisu</i>	218
Susu <i>Red Velvet</i>	225
Susu <i>Coffe Caramel</i>	227
Susu Durian	230
Susu <i>Vanila late</i>	227
Persediaan Bahan Baku Susu Segar	1800000

Tabel 2 Kendala biaya produksi (dalam rupiah)

Jenis Produk	Bahan Baku	Bahan Pendukung	Kemasan	Lain-Lain	Produksi
Susu Original	2000	0	1350	2000	5350
Susu <i>Tiramisu</i>	1740	1344	1350	2000	6434
Susu <i>Red Velvet</i>	1800	1050	1350	2000	6200
Susu <i>Coffe Caramel</i>	1816	966	1350	2000	6132
Susu Durian	1840	840	1350	2000	6030
Susu <i>Vanila late</i>	1816	966	1350	2000	6132
Persediaan Biaya Produksi					40000000

Tabel 3 Kendala waktu produksi (dalam menit)

Jenis Produk	Waktu Perebusan	Waktu Penambahan Perisa	Waktu Pendinginan	Waktu Pengemasan	Waktu Produksi
Susu Original	0.25	0	0.5	1.5	2.25
Susu <i>Tiramisu</i>	0.25	0.2	0.5	1.5	2.45
Susu <i>Red Velvet</i>	0.25	0.15	0.5	1.5	2.4
Susu <i>Coffe Caramel</i>	0.25	0.2	0.5	1.5	2.45
Susu Durian	0.25	0.125	0.5	1.5	2.375
Susu <i>Vanila late</i>	0.25	0.125	0.5	1.5	2.375
Jam Kerja (menit)					14400

Tabel 4 Kendala bahan pendukung (dalam ml)

Jenis Produk	Bahan Perisa	Kebutuhan satu bulan
Susu Original	0	0
Susu <i>Tiramisu</i>	32	24000
Susu <i>Red Velvet</i>	25	24000
Susu <i>Coffe Caramel</i>	23	24000
Susu Durian	20	24000
Susu <i>Vanila late</i>	23	24000

Tabel 5 Keuntungan (dalam rupiah)

Jenis Produk	Harga Jual	Biaya Produksi	Keuntungan
Susu Original	7500	5350	2150
Susu <i>Tiramisu</i>	9000	6434	2566
Susu <i>Red Velvet</i>	9000	6200	2800

Susu <i>Coffe Caramel</i>	8000	6132	2368
Susu Durian	8000	6030	2470
Susu <i>Vanila late</i>	8000	6132	2368

Model program linier pada permasalahan ini dapat dituliskan secara matematis sebagai berikut:

Maksimumkan $Z = 2150x_1 + 2566x_2 + 2800x_3 + 2368x_4 + 2470x_5 + 2368x_6$

dengan kendala

$$\begin{aligned}
 250x_1 + 218x_2 + 225x_3 + 227x_4 + 230x_5 + 227x_6 &\leq 1800000 \\
 5350x_1 + 6434x_2 + 6200x_3 + 6132x_4 + 6030x_5 + 6132x_6 &\leq 40000000 \\
 2.25x_1 + 2.45x_2 + 2.4x_3 + 2.45x_4 + 2.375x_5 + 2.375x_6 &\leq 14400 \\
 32x_2 &\leq 24000 \\
 25x_3 &\leq 24000 \\
 23x_4 &\leq 24000 \\
 20x_5 &\leq 24000 \\
 23x_6 &\leq 24000
 \end{aligned}$$

3.2. Pembahasan

Hasil olahan data menggunakan *software Matrix Laboratory* (MATLAB) nilai variabel solusi menunjukkan bahwa susu durian menghasilkan produk paling tinggi dibandingkan susu original ataupun susu rasa lainnya yaitu sebesar 1200 botol dalam satu bulan. Susu original menghasilkan 1055 botol, Susu *tiramisu* menghasilkan 750 botol selama satu bulan, susu *red velvet* menghasilkan 960 botol, susu *coffe caramel* menghasilkan 1043 botol selama satu bulan, susu *vanila* menghasilkan 1043 botol dalam satu bulan. Sedangkan solusi akhir nilai optimum sebesar Rp 14.786.000 (pembulatan), yang diperoleh pada iterasi ke-6.

Tabel 6 Perbandingan sebelum dan sesudah menggunakan Algoritma Affine Scaling

Variabel Solusi	Sebelum	Sesudah
Susu Original	1040	1055
Susu <i>Tiramissu</i>	650	750
Susu <i>Red velvet</i>	832	960
Susu <i>Coffe Caramel</i>	962	1043.5
Susu Durian	1170	1200
Susu <i>Vanila late</i>	962	1043.5
Nilai Optimum (Z)	13,600,000	14,786,632.8788

4. KESIMPULAN

Algoritma *Affine Scaling* dapat diterapkan pada permasalahan kasus maksimasi optimasi Industri Susu Rembangan. Diperoleh solusi optimal menggunakan algoritma *Affine Scaling* sebesar (Z) 14786632.8788 dengan nilai alpha yang digunakan 0.9. Keuntungan yang diperoleh dari solusi optimal untuk memaksimalkan keuntungan selama satu bulan sebesar Rp 14.786.000. Keuntungan dalam satu bulan sebelum menggunakan algoritma *Affine Scaling* sebesar Rp 13.600.000. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa terjadi peningkatan sebesar Rp 1.186.000, sehingga tujuan dari penelitian ini terpenuhi dan tercapai.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Dalam penulisan artikel penulis mengucapkan terima kasih kepada Kepala Dinas Ketahanan Pangan dan Peternakan Kabupaten Jember dan Kepala Bidang Peternakan Susu Rembangan atas diberikannya ijin penelitian dan pengambilan data.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Chong E. K. P. Dan Stainslaw H. Z. *An Introduction Optimization, Second Edition*. New York: John Wiley dan Sons,inc; 2001.
- [2] Dahlia, Nancy. Implementasi Algoritma Titik Interior Untuk Mengoptimalkan Biaya Makanan Ternak Lembu Di Kelurahan Ladang Bambu [Skripsi]. Medan: Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Medan; 2014.
- [3] Hillier S. F. Dan Lieberman J. G. *Introduction To Operation Research, nine edition*. Jakarta: Andi; 2010.
- [4] Kementerian Pertanian. *Outlook Susu*. Jakarta: Pusat Data dan Sistem Informasi Pertanian Sekretariat Jendral Kementerian Pertanian; 2019.

- [5] Muhariah, Bayu Prihandono, Helmi. Algoritma *Affine Scaling* Untuk Mengoptimalkan Akses Listrik Pedesaan Jawa Dan Kalimantan. Jurnal Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster); 2015. 4(3): 143 – 152.
- [6] Pradjaningsih, A, Fatmawati dan Herry Suprajitno. Interior Point Method For Solving Linier Programming With Interval Coefficients Using Affine Scaling. Far East Journal of Mathematical Sciences (FJMS); 2019. 111(2): 195-211.
- [7] Ressang, A.A. dan A.M. Nasution. *Milk Higiene*. Bogor: Fakultas Kedokteran Hewan Institut Pertanian Bogor; 1986.
- [8] Susanti, R. Penerapan Algoritma Affine Scaling Dan Analisis Sensitivitas Pada Optimalisasi Biaya Transportasi (Studi Kasus Pada UD. TIGA PUTRI MRANGGEN) [Skripsi]. Semarang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang; 2017.
- [9] Taha, H. A. *Operations Research An Introduction, 10th edition*. USA: Pearson Education; 2017.
- [10] Vanderbei, J. R. *Linier Programming Foundations and Extensions, Third Edition*. USA: Springer; 2008.