

Penerapan Algoritma Karmarkar Pada Optimasi Keuntungan (Studi Kasus Pada Produsen Roti Habibi)

Taufiqi Fadhilah Amieni¹, Agustina Pradjaningsih², Abduh Riski³

¹Mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember

^{2,3}Dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember

Taufiqi.fadhilah@gmail.com, agustina.fmipa@unej.ac.id, riski.fmipa@unej.ac.id

Info Artikel

Riwayat Artikel:

Diterima: 05-12-2021

Direvisi: 10-12-2021

Diterbitkan: 10-01-2021

Kata Kunci:

Optimasi

Program Linier

Algoritma Karmarkar

ABSTRAK

Optimasi diperlukan di bidang industri yang berkaitan dengan memaksimalkan keuntungan. Permasalahan produsen dengan tingkat keuntungan, faktor produksi, dan produk yang dihasilkan produsen tersebut memiliki hubungan yang linier, dapat dimasukkan dalam model program linier pada penyelesaian permasalahan optimasi. Penyelesaian permasalahan optimasi pada penelitian ini menggunakan Algoritma Karmarkar untuk memaksimalkan keuntungan. Algoritma karmarkar dapat menyelesaikan masalah program linier dengan variabel dan kendala yang kompleks menggunakan *software Matrix Laboratory* (Matlab) dengan membuat *m-file*. Variabel keputusan yang digunakan pada penelitian ini adalah jenis produk yang dihasilkan yaitu roti coklat, roti *strawberry*, roti pisang, roti *blueberry*, roti pandan, roti keju, dan roti vanilla. Fungsi kendala pada penelitian ini adalah persediaan bahan baku masing-masing jenis produk, persediaan bahan pendukung masing-masing jenis produk, dan harga bahan pendukung masing-masing jenis produk. Model program linier pada penelitian ini dilakukan dengan simulasi program menggunakan *software Matrix Laboratory* (Matlab). Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data keuntungan dan produksi dalam satu hari produksi. Pada penelitian ini diperoleh peningkatan keuntungan sebesar Rp. 34.358 dalam satu hari produksi. Hal ini menunjukkan bahwa algoritma Karmarkar dapat diterapkan pada kasus maksimasi keuntungan Produsen Roti Habibi.

Copyright © 2022 SIMANIS.
All rights reserved.

Korespondensi:

Agustina Pradjaningsih,
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jember,
Jl. Kalimantan No. 37 Jember, Jawa Timur, Indonesia 68121
agustina.fmipa@unej.ac.id

1. PENDAHULUAN

Optimasi merupakan ilmu yang digunakan untuk memperoleh nilai yang optimal, yaitu maksimal atau minimal dari sebuah permasalahan. Model optimasi sering digunakan dalam penyelesaian permasalahan pemerintahan, industri, ilmu fisika, dan yang berkaitan dengan keterbatasan pengalokasian sumber daya [4]. Jika suatu permasalahan di bidang industri khususnya produksi dimana tingkat keuntungan, faktor-faktor produksi, dan produk yang dihasilkan industri tersebut memiliki hubungan yang linier, maka penyelesaian permasalahan optimasi dimasukkan dalam model program linier. Penyelesaian masalah program linier dengan

jumlah variabel dan kendala yang banyak dapat diselesaikan menggunakan Algoritma Karmarkar [3]. Masalah program linier dapat diselesaikan dengan metode karmarkar dengan mengubah program linier standart ke bentuk kanonik karmarkar[2]. Permasalahan program linier dengan variabel dan kendala yang kompleks, dengan menerapkan Algoritma karmarkar lebih cepat mencapai titik optimal [5]. Penerapan algoritma karmarkar pada permasalahan optimasi dapat menentukan keuntungan produksi yang optimal [6]. Algoritma karmarkar dapat diterapkan pada *Matrix Laboratory* (Matlab) untuk menyelesaikan masalah program linier [1].

Produsen Roti Habibi adalah perusahaan yang memproduksi roti dengan 7 macam varian rasa. Bahan baku dan bahan pendukung dalam membuat roti dipasarkan dijual dengan harga yang dinamis. Perubahan harga bahan baku tersebut menjadi kendala dalam produksi roti, sehingga Produsen Roti Habibi harus memiliki strategi dalam menghadapi persaingan dengan memaksimalkan hasil keuntungan. Pada strategi tersebut diperlukan suatu analisis mengenai biaya produksi yang tepat agar dapat memperoleh keuntungan yang maksimal.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan mengkaji dan memahami literatur yang berkaitan dengan optimasi, program linier, algoritma karmarkar dari media internet, jurnal, serta buku-buku yang terkait. Data-data yang diperoleh berupa jenis produk, biaya produksi, harga jual produk, keuntungan setiap produk roti, serta rincian bahan produksi roti. Setelah itu dilakukan penyederhanaan data yang telah diperoleh ke dalam tabel. Variabel keputusan pada fungsi tujuan dan fungsi kendala yaitu varian roti yang diproduksi. Terdapat 7 varian roti yang diproduksi yaitu roti coklat (x_1), roti *strawberry* (x_2), roti pisang (x_3), roti *blueberry* (x_4), roti pandan (x_5), roti keju (x_6), dan roti vanila (x_7). Nilai koefisien variabel keputusan pada fungsi tujuan yaitu digunakan data keuntungan yang diperoleh dari setiap varian produk.

Fungsi tujuan yang digunakan adalah dengan memaksimumkan keuntungan produksi. Formulasi yang digunakan pada fungsi tujuan adalah sebagai berikut :

$$\text{Maks } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

dimana:

c_j = keuntungan setiap varian roti

x_j = varian roti (jenis produk)

Fungsi kendala yang akan digunakan pada penelitian ini adalah banyaknya persediaan bahan baku, persediaan bahan pendukung, serta harga bahan pendukung yang menjadi kendala pada produksi roti. Berikut disaikan formulasi fungsi kendala seperti pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1 Formulasi fungsi kendala

No	Kendala	Persamaan
1.	Bahan baku tepung	$\sum_{j=1}^n a_{1j} x_j \leq b_1$
2.	Bahan baku telur	$\sum_{j=1}^n a_{2j} x_j \leq b_2$
3.	Bahan baku margarin	$\sum_{j=1}^n a_{3j} x_j \leq b_3$
4.	Bahan baku gula	$\sum_{j=1}^n a_{4j} x_j \leq b_4$
5.	Bahan baku susu	$\sum_{j=1}^n a_{5j} x_j \leq b_5$
6.	Bahan baku <i>baking</i>	$\sum_{j=1}^n a_{6j} x_j \leq b_6$
7.	Bahan baku <i>fernipan</i>	$\sum_{j=1}^n a_{7j} x_j \leq b_7$
8.	Bahan pendukung kismis	$\sum_{j=1}^n a_{8j} x_j \leq b_8$
9.	Biaya selai coklat	$\sum_{j=1}^n a_{9j} x_j \leq b_9$
10.	Biaya selai <i>strawberry</i>	$\sum_{j=1}^n a_{10j} x_j \leq b_{10}$
11.	Biaya selai pisang	$\sum_{j=1}^n a_{11j} x_j \leq b_{11}$
12.	Biaya selai <i>bluberry</i>	$\sum_{j=1}^n a_{12j} x_j \leq b_{12}$
13.	Biaya selai pandan	$\sum_{j=1}^n a_{13j} x_j \leq b_{13}$
14.	Biaya selai keju	$\sum_{j=1}^n a_{14j} x_j \leq b_{14}$
15.	Biaya selai vanila	$\sum_{j=1}^n a_{15j} x_j \leq b_{15}$

Metode penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah dengan menggunakan algoritma Karmarkar. Model program linier yang telah diperoleh diubah ke bentuk kanonik program linier menggunakan persamaan

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \text{ menjadi } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + S_j = b_i$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \text{ menjadi } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - S_j = b_i$$

serta merubah model program linier ke bentuk persamaan kanonik karmarkar menggunakan persamaan

$$\begin{aligned} \min/\max \quad & c^T x \\ \text{kendala} \quad & Ax = 0 \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Algoritma karmarkar adalah algoritma iteratif yang diberikan titik awal $x^{(0)}$ dan diberikan parameter ε , maka menghasilkan urutan $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}$ yang memenuhi $c^T x^{(k+1)} \leq \varepsilon$. Parameter ε yang digunakan adalah sebesar 10^{-30} . Algoritma Karmarkar dijelaskan dengan langkah-langkah berikut [3].

- a. Inisialisasi (langkah awal) : tetapkan $k := 0$; $x^{(k)} = a_0 = \frac{e}{n}$, $r = \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$

dengan :

a_0 = titik interior

e = vektor dengan masing-masing komponen 1

n = banyaknya variabel x yang digunakan

r = jari-jari

- b. Memperbarui : tetapkan $x^{(k+1)} = \delta(x^{(k)})$,
dimana δ adalah pembaruan pemetaan yang dijelaskan melalui langkah berikut :
1. Hitung matriks :

$$D_k = \begin{bmatrix} x_1^{(k)} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & x_n^{(k)} \end{bmatrix} \quad B_k = \begin{bmatrix} AD_k \\ e^T \end{bmatrix}$$

dengan:

D_k = matriks diagonal dari titik interior

A = koefisien fungsi kendala

B_k = matriks dari koefisien baru fungsi kendala

e^T = transpose matriks vektor dengan masing-masing komponen 1

2. Hitung proyeksi ortogonal ruang nol dari B_k :

$$P_k = I_n - B_k^T (B_k B_k^T)^{-1} B_k$$

dengan:

P_k = matriks proyeksi

I_n = matriks identitas

3. Hitung proyeksi ortogonal ternormalisasi dari c pada ruang nol dari B_k :

$$\hat{c}^{(k)} = \frac{P_k D_k c}{\|P_k D_k c\|}$$

dengan:

$\hat{c}^{(k)}$ = proyeksi dari tingkat kemiringan

4. Hitung vektor arah :

$$d^{(k)} = -r \hat{c}^{(k)}$$

dengan :

$d^{(k)}$ = vektor arah

5. Hitung $\bar{x}^{(k+1)}$ menggunakan:

$$\bar{x}^{(k+1)} = a_0 + \alpha d^{(k)}$$

dengan :

$\bar{x}^{(k+1)}$ = titik interior baru

α = ukuran langkah yang ditentukan, $\alpha = 0,9$

6. Hitung $x^{(k+1)}$ dengan menerapkan transformasi invers U_k^{-1} :

$$x^{(k+1)} = U_k^{-1}(\bar{x}^{(k+1)}) = \frac{D_k \bar{x}^{(k+1)}}{e^T D_k \bar{x}^{(k+1)}}$$

- c. Periksa kriteria penghentian : jika kondisi $c^T x^{(k+1)} \leq \varepsilon$ dipenuhi, maka iterasi berhenti. Jika tidak, tetapkan $k := k + 1$, lanjutkan ke 2.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini jelaskan mengenai penerapan algoritma Karmarkar pada permasalahan optimasi keuntungan produsen roti menggunakan algoritma Karmarkar dilakukan dengan menggunakan bantuan *software Matrix Laboratory (Matlab)*.

3.1. Hasil

Pemodelan pada penelitian ini terdiri dari pemodelan fungsi tujuan dan fungsi kendala yang disajikan pada Tabel 2, Tabel 3, Tabel 4, dan Tabel 5 berikut ini.

Tabel 2 Keuntungan produksi (dalam rupiah)

Jenis Produk (x_i)	Harga Jual	Biaya Produksi	Keuntungan
Roti Coklat (x_1)	5000	3400	1600
Roti Strawberry (x_2)	5500	3850	1650
Roti Pisang (x_3)	6000	4500	1500
Roti Blueberry (x_4)	5000	3450	1550
Roti Pandan (x_5)	5000	3500	1500
Roti Keju (x_6)	6000	4450	1550
Roti Vanila (x_7)	5500	3900	1600

Tabel 3 Rincian bahan baku produksi

Bahan Baku	Rincian Bahan Baku Produksi (Gram)							Persediaan (Gram)
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_7	x_8	
Tepung	50	50	50	50	50	50	50	12000
Telur	25	25	25	25	25	25	25	7000
Margarin	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	5000
Gula	47,5	47,5	47,5	47,5	47,5	47,5	47,5	11000
Susu	17	17	17	17	17	17	17	5000
Baking	10	10	10	10	10	10	10	3000
Fernipan	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	2500

Tabel 4 Takaran bahan pendukung produksi

Jenis Produk	Takaran Kismis (gram)
Roti Coklat	10
Roti Strawberry	0
Roti Pisang	9
Roti Blueberry	9
Roti Pandan	10
Roti Keju	0
Roti Vanila	10
Total Persediaan Kismis	2000

Tabel 5 Harga bahan pendukung

Jenis Selai	Harga Selai (Rupiah)	Total Persediaan Harga Selai
Coklat	600	20000
Strawberry	550	20000
Pisang	1300	40000
Blueberry	550	20000
Pandan	1100	35000
Keju	1200	40000
Vanila	1000	35000

Berdasarkan Tabel 2, Tabel 3, Tabel 4, dan Tabel 5 permasalahan ini dapat dimodelkan kedalam bentuk program linier sebagai berikut.

$$\text{Maks } Z = 1600x_1 + 1650x_2 + 1500x_3 + 1550x_4 + 1500x_5 + 1550x_6 + 1600x_7$$

dengan kendala

$$50(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \leq 12000$$

$$25(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \leq 7000$$

$$17,5(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \leq 5000$$

$$47,5(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) \leq 11000$$

$$\begin{aligned}
17(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) &\leq 5000 \\
10(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) &\leq 3000 \\
7,5(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) &\leq 2000 \\
10x_1 + 0x_2 + 9x_3 + 9x_4 + 10x_5 + 0x_6 + 10x_7 &\leq 2000 \\
600x_1 &\leq 20000 \\
550x_2 &\leq 20000 \\
1300x_3 &\leq 40000 \\
550x_4 &\leq 20000 \\
1100x_5 &\leq 35000 \\
1200x_6 &\leq 40000 \\
1000x_7 &\leq 35000
\end{aligned}$$

Tabel 6 Solusi sebelum dan sesudah menggunakan Algoritma Karmarkar

	Nilai Variabel Solusi							Nilai Optimum (Z)
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
Sebelum	30	30	30	30	30	30	30	328,500
Sesudah	32,7964	36,0130	29,8668	34,9762	30,4697	32,8144	34,6141	362,858.483

3.2. Pembahasan

Hasil olahan data pada Tabel 6 menunjukkan bahwa diperoleh roti coklat sebanyak 32,7964 pcs, roti strawberry sebanyak 36,0130 pcs, roti pisang sebanyak 29,8668 pcs, roti blueberry sebanyak 34,9762, roti pandan sebanyak 30,4687, roti keju sebanyak 32,8144, dan roti vanilla sebanyak 34,6141. Hal ini dapat dilihat bahwa varian roti yang menghasilkan produk paling tinggi adalah roti strawberry, dan produk paling sedikit adalah roti pisang. Hasil tersebut merupakan hasil optimasi dalam satu hari produksi. Pada permasalahan ini diperoleh nilai variabel solusi pada satu pcs roti bernilai desimal. Oleh karena itu dilakukan pembulatan, sehingga diperoleh 32 pcs roti coklat, 36 pcs roti strawberry, 29 pcs roti pisang, 34 pcs roti blueberry, 30 pcs roti pandan, 32 pcs roti keju, dan 34 pcs roti vanilla. Nilai optimum (Z) dengan menggunakan Algoritma Karmarkar, diperoleh keuntungan sebesar Rp. 362.858,483 seperti pada Tabel 6. Nilai tersebut dibulatkan menjadi Rp. 362.858. Keuntungan yang diperoleh lebih optimal dibandingkan dengan keuntungan sebelum menggunakan Algoritma Karmarkar.

4. KESIMPULAN

Algoritma Karmarkar dapat diterapkan pada permasalahan Produsen Roti Habibi. Solusi optimal yang diperoleh sebesar Rp. Rp. 362.858 selama satu hari produksi. Setiap varian roti yang dihasilkan selama satu hari produksi adalah 32pcs roti coklat, 36pcs roti strawberry, 29pcs roti pisang, 34pcs roti blueberry, 30pcs roti pandan, 32pcs roti keju, dan 34pcs roti vanilla untuk mencapai solusi optimal. Keuntungan dalam satu hari sebelum menggunakan algoritma Karmarkar adalah sebesar Rp. 328.500. Dengan demikian dapat diketahui bahwa terjadi peningkatan keuntungan sebesar Rp. 34.358/hari.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan banyak terimakasih kepada Pemilik Produsen Roti Habibi yang telah memberikan izin untuk melakukan penelitian dan melakukan pengambilan data.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aziz, M.W.N. 2014. "Algoritma Karmarkar Untuk Menyelesaikan Masalah Program Linier Dengan Implementasi Matlab". Skripsi. Ponorogo: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
- [2] Buragoran, Y. 2013. "Metode Karmarkar Untuk Menyelesaikan Masalah Program Linier". Skripsi. Yogyakarta: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sanata Dharma.
- [3] Chong, E.K.P. and H, Zak.2000. An Introduction to Optimization (2nd ed). A Wiley-Interscience Publication : John Wiley & Sons, Inc.
- [4] Hiller, F.S. dan G.J. Lieberman. 2008. Introduction To Operations Research. Amerika Serikat : Stanford University.
- [5] Indriani,S., dan H. Mashuri. 2013. Analisis Metode Karmarkar Untuk Menyelesaikan Masalah Program Linier. Jurnal MIPA. 36(1): 98-106.
- [6] Rojali. 2008. Penerapan Metode Karmarkar Pada Komputer Untuk Optimasi Keuntungan Produksi. Jurnal Mat. Stat 8(1): 83-93.