

## Generalisasi Matematis Global dan Terbatas pada Siswa SMP

Eny Suryowati

STKIP PGRI Jombang

---

### Info Artikel

#### Riwayat Artikel:

Diterima: 15 Mei 2017

Direvisi: 1 Juni 2017

Diterbitkan: 31 Juli 2017

---

#### Kata Kunci:

Generalisasi  
Global  
Terbatas

---

### ABSTRAK

Salah satu aktivitas yang penting dalam belajar matematika adalah melakukan generalisasi. Generalisasi matematis merupakan suatu pernyataan bahwa beberapa sifat atau aturan yang berlaku untuk suatu himpunan objek matematis atau kondisi yang lebih luas. Pada saat siswa di sekolah menengah pertama akan ada transisi belajar dari yang sebelumnya di sekolah dasar lebih banyak ke numeric menjadi ke aljabar. Bagaimana siswa melakukan generalisasi matematis pada masa transisi merupakan hal yang penting untuk diketahui. Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan generalisasi matematis global dan terbatas pada siswa sekolah menengah pertama. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan metode pengumpulan data menggunakan penugasan dan wawancara. Sedangkan instrumen penelitiannya adalah peneliti, soal tentang generalisasi dan pedoman wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa generalisasi matematis siswa sekolah menengah pertama dapat dikelompokkan menjadi dua, yaitu generalisasi global dan terbatas. Pada generalisasi global, siswa melakukan extending global (menemukan rumus umum) dari tugas yang diberikan. Sedangkan generalisasi terbatas, siswa melakukan extending terbatas (menerapkan pola yang diperoleh untuk bilangan yang besar).

Copyright © 2017 SIMANIS.  
All rights reserved.

---

#### Corresponding Author:

Eny Suryowati,  
Pendidkan Mtematiika,  
STKIP PGRI Jombang  
Jl. Pattimura III/20 Jombang, Jawa Timur, Indonesia  
Email: enysuryowati@gmail.com

---

### 1. PENDAHULUAN

Salah satu aktivitas yang penting dalam belajar matematika adalah melakukan [1][2][3]. Generalisasi merupakan suatu penemuan dengan refleksi beberapa kasus, deskripsi umum yang dapat diterapkan pada semua kasus [4]. Generalisasi matematis merupakan suatu pernyataan bahwa beberapa sifat atau teknik berlaku untuk suatu himpunan objek matematis atau kondisi yang lebih luas [5]. Generalisasi dapat dilakukan pada pola, prosedur, struktur, dan hubungan [6]. Suatu aktivitas digolongkan generalisasi minimal ada satu aktivitas berikut: menguji sebagian kasus khusus untuk mengidentifikasi suatu kesamaan pola, memperluas penalaran seseorang di luar kasus-kasus tertentu, menentukan hasil yang lebih umum/luas untuk kasus-kasus tertentu [7].

Generalisasi dibagi menjadi dua yang saling terkait yaitu aksi generalisasi dan generalisasi refleksi. Aksi generalisasi terbagi menjadi tiga antara lain *relating*, *searching* dan *extending*. Sedangkan generalisasi refleksi adalah pernyataan generalisasi siswa yang dapat berupa pernyataan verbal atau pernyataan tertulis [8].

Tabel 1.1 Aksi Generalisasi dan Generalisasi Refleksi berdasarkan teori taksonomi generalisasi Ellis

Aksi generalisasi	<i>relating</i>	Menghubungkan situasi (menghubungkan dengan sebelumnya atau membuat yang baru) atau menghubungkan objek (sifatnya atau bentuknya)
	<i>searching</i>	Mencari hubungan yang sama atau mencari prosedur yang sama atau mencari pola yang sama atau mencari hasil yang sama.
	<i>extending</i>	Memperluas jangkauan penerapan atau menghilangkan hal yang khusus atau melalui operasi atau melanjutkan pola.
Generalisasi refleksi	Identifikasi atau pernyataan	Melanjutkan kasus atau pernyataan tentang persamaan (persamaan sifat atau persamaan objek/representasi atau persamaan situasi) atau prinsip umum ( <i>general formula</i> atau <i>general pattern</i> atau strategi/prosedur atau <i>global rule</i> )
	definisi	Membuat definisi berdasarkan sifat khusus yang dimiliki
	pengaruh	Pengaruh idea/strategi sebelumnya atau modifikasi idea atau strategi.

Berdasarkan taksonomi generalisasi tersebut, peneliti melakukan observasi ke siswa SMP dengan memberi soal tentang pola kepada beberapa siswa SMP. Berdasarkan observasi tersebut generalisasi yang dilakukan siswa melalui proses relating, searching dan extending. extending yang dilakukan siswa dibedakan menjadi dua yaitu extending global dan extending terbatas. Extending global yaitu menerapkan pola atau aturan yang diperoleh pada proses searching pada bilangan yang lebih besar sampai menemukan global rule. Extending terbatas yaitu menerapkan pola atau aturan yang diperoleh pada proses searching pada bilangan yang lebih besar, terbatas pada bilangan yang ditentukan. Generalisasi dalam penelitian merupakan suatu proses relating, searching dan extending untuk memperoleh pola atau aturan umum (global rule).

Tabel 1.2 Indikator Aksi Generalisasi dan generalisasi refleksi dalam penelitian ini

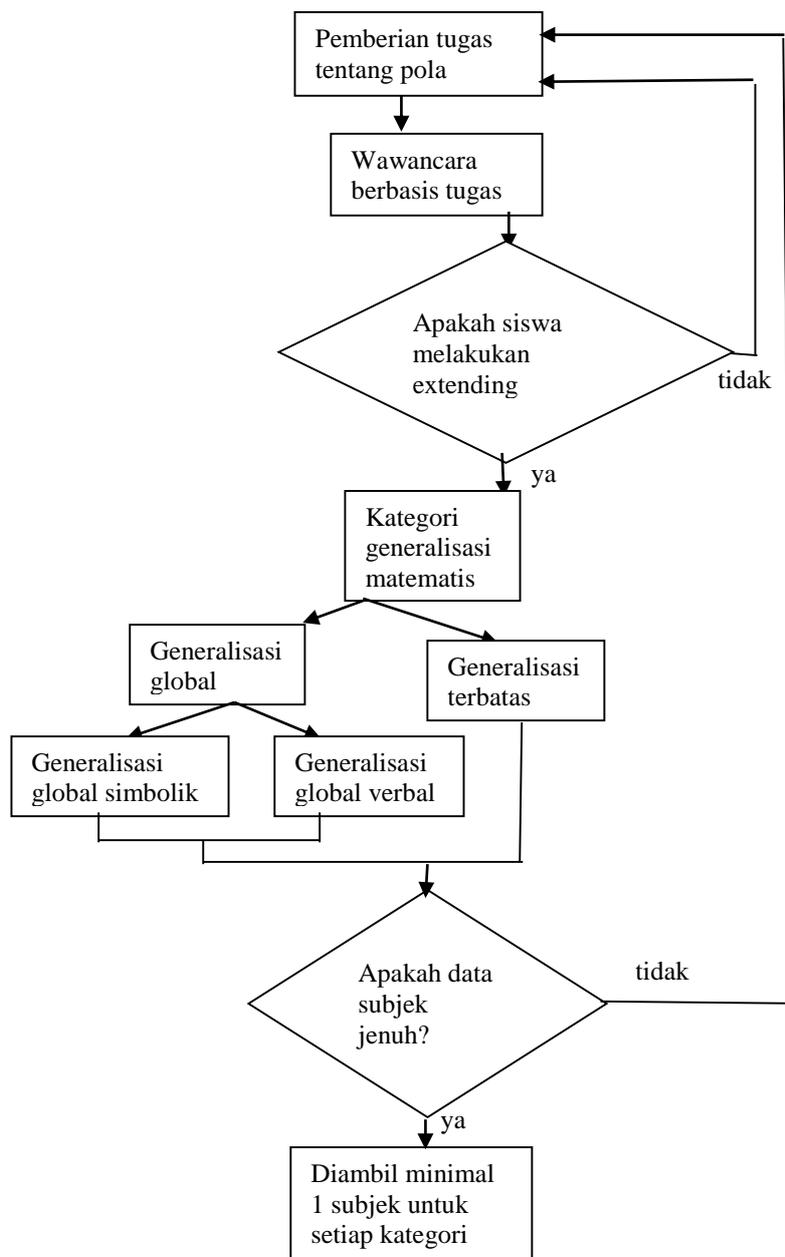
Aksi generalisasi	<i>Relating</i>	<i>Searching</i>	<i>Extending</i>
	➢ Menghubungkan dua objek (model 1 ke model 2 dan seterusnya)	➢ Melengkapi tabel untuk mendapatkan prosedur yang sama atau pola yang sama ➢ Mengamati kembali proses perhitungan yang dilakukan pada saat mengamati tabel	➢ Menggunakan pola atau prosedur pada <i>searching</i> untuk diterapkan pada jumlah meja yang lebih besar
Generalisasi refleksi	➢ Pernyataan tertulis atau lisan tentang hubungan dua objek (model 1 ke model ke dua dan seterusnya)	➢ Pernyataan tertulis atau lisan tentang cara siswa melengkapi tabel	➢ Pernyataan tertulis atau lisan tentang penerapan pola atau prosedur pada bilangan yang lebih besar ➢ Pernyataan tertulis atau lisan tentang <i>global rule</i>

Berdasarkan uraian di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu (1) bagaimana generalisasi matematis terbatas pada siswa SMP ?, (2) bagaimana generalisasi matematis global pada siswa SMP. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan generalisasi matematis global dan terbatas pada siswa SMP.

## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini mendeskripsikan proses generalisasi matematis global dan terbatas pada siswa SMP. Generalisasi dapat dilihat dari pekerjaan siswa dari tugas yang diberikan tentang pola. Serta melakukan wawancara untuk mendapatkan data yang tidak diperoleh dari pekerjaan siswa. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif, beberapa ciri penelitian dengan pendekatan kualitatif, yaitu proses penelitian selalu berkembang dinamis [9]. Semua tahap dalam penelitian mungkin berubah setelah peneliti ke tempat penelitian dan memulai penelitian.

Penelitian kualitatif adalah penelitian yang menyelidiki suatu fenomena sosial atau masalah manusia [9]. Metode kualitatif merupakan prosedur penelitian yang menghasilkan data deskriptif, berupa tulisan dan lisan dari subjek penelitian yang berhubungan dengan perilaku yang diamati [10]. Subjek penelitian ini adalah siswa SMP kelas VIII. Proses pemilihan subjek dilakukan sampai diperoleh kejenuhan data, sehingga muncul karakteristik yang sama atau tetap dari beberapa subjek. Subjek dipilih yang dapat berkomunikasi dengan baik sehingga pengungkapan proses generalisasinya dapat dilakukan dengan baik dan diambil sesuai dengan karakteristik yang muncul. Proses pemilihan subjek dilakukan seperti diagram berikut:



Bagan 3.1 Pengambilan Subjek

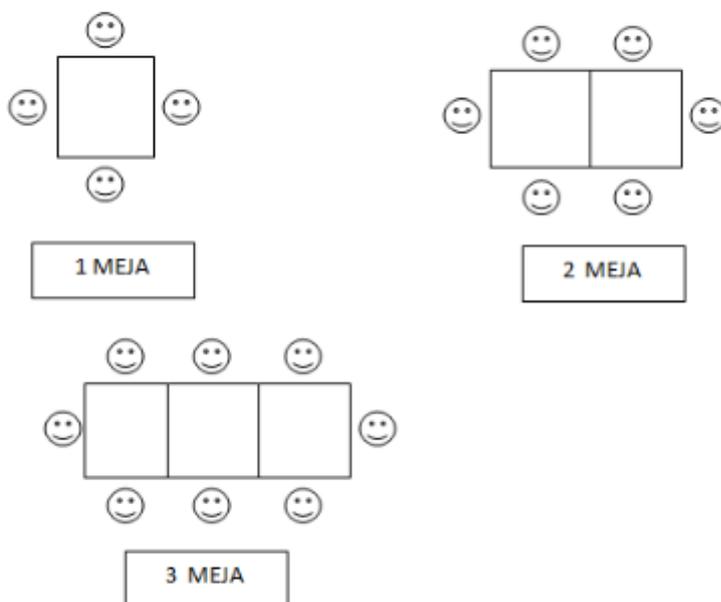
Analisis yang dilakukan sebagai berikut :

- (1) mentranskrip data  
peneliti mentranskrip data verbal/lisan yang diperoleh dari wawancara terhadap subjek.
- (2) mereduksi data  
Data direduksi dengan cara membuang data yang tidak relevan dengan maksud agar lebih fokus pada tujuan penelitian.
- (3) memvalidasi data  
data dalam penelitian ini valid jika diperoleh kejenuhan data. Kejenuhan data ditandai dengan tidak diperolehnya lagi data atau informasi baru.
- (4) menginterpretasi data  
Data yang sudah valid akan dianalisis dan ditafsirkan untuk memperoleh kesimpulan.
- (5) menarik kesimpulan  
hasil yang sudah diperoleh pada semua proses analisis data disimpulkan, baik data tertulis maupun lisan.

### 3. HASIL DAN ANALISIS

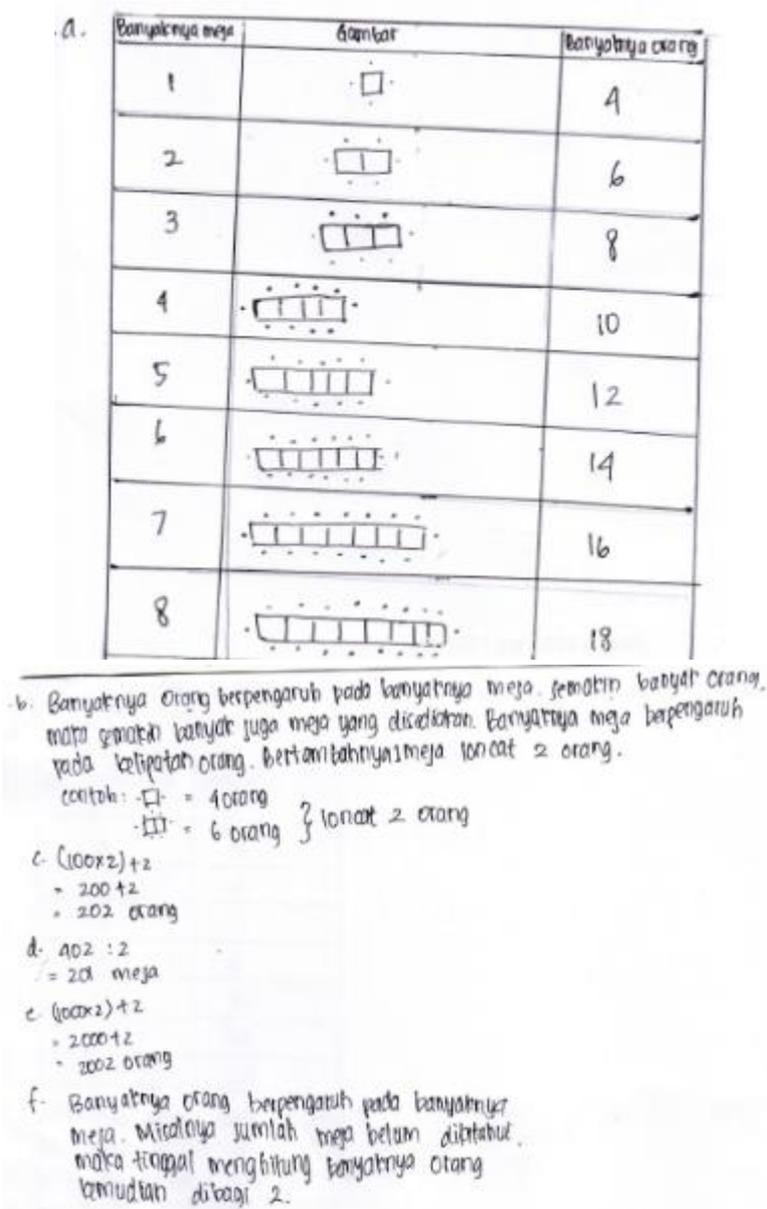
Soal yang diberikan ke siswa

Di suatu restoran A,meja makan ditata dengan aturan satu meja dapat ditempati empat orang. Jika meja ditambah satu lagi maka meja tersebut diletakkan disampingnya (berimpit satu sisinya) begitu seterusnya seperti pada gambar berikut:



- a. Buatlah tabel tentang banyaknya meja dan banyaknya orang !
- b. Menurut pendapatmu, bagaimana hubungan antara penambahan meja dengan penambahan banyak orang?
- c. Jika ada 100 meja, berapa banyaknya orang yang dapat menempati meja tersebut ?
- d. Jika ada 1000 meja, berapa banyaknya orang yang dapat menempati meja tersebut?
- e. Jika banyak meja dalam restoran belum diketahui jumlahnya (misalnya ada  $t$  meja), berapa banyak orang yang bisa menempati meja tersebut ?

#### 3.1 Generalisasi Matematis Terbatas



Gambar 3.1 Jawaban subjek generalisasi terbatas

Berikut hasil wawancara dengan subjek :

- P : “bagaimana caramu menghitung banyaknya pada tabel yang kamu buat ?”  
 S1 : “saya hitung dari gambar”  
 P : “ bagaimana caramu menghitung banyaknya orang jika ada 100 meja?”  
 S1 : “ 100 kali 2 ditambah 2”  
 P : “ mengapa kamu menggunakan cara itu?”  
 S1 : “ karena mejanya kan ada 100 jadi yang duduk berhadapan sebanyak 100 kali 2 orang, trus ditambah 1 orang di ujung meja kanan dan 1 orang di ujung meja kiri”  
 P : “ jika ada 1000 meja, bagaimana cara menentukan banyaknya orang?”  
 S1 : “ sama 1000 kali dua ditambah dua”  
 P : “ jika mejanya belum diketahui jumlahnya, misalnya ada t meja, berapa orang yang bisa menempatnya?”  
 S1 : “ ya menghitung banyaknya orang lalu dibagi dua”  
 P : “ bagaimana cara menghitung banyaknya orang ?”  
 S1 : “ em....saya tidak bisa karena banyaknya meja tidak diketahui”

Berdasarkan hasil wawancara dan pekerjaan subjek diperoleh hasil sebagai berikut : subjek melakukan relating dengan membuat tabel banyaknya meja dan banyaknya orang serta menghubungkan model 1 ke model 2 dan seterusnya. Subjek melakukan searching dengan menghitung banyak meja dan banyaknya orang berdasarkan banyaknya meja. Subjek menemukan pola atau aturan untuk menentukan banyaknya orang. Subjek menjumlahkan banyaknya orang di samping meja dan banyaknya orang yang duduk dibagian ujung meja. Subjek dapat menentukan banyaknya orang yang dapat menempati meja secara terbatas (jumlah meja diketahui) tetapi subjek tidak dapat menentukan banyaknya orang jika ada t meja dalam restoran tersebut.

**3.2 Generalisasi Matematis Global**

**3.2.1 generalisasi matematis global simbolik**

1)

Banyaknya Meja	Gambar	Banyaknya Orang
1		4
2		6
3		8
4		10
5		12
6		14
7		16
8		18

b) Menurut saya, perubahan banyak orang terhadap banyaknya meja adalah 2 kali jumlah meja ditambah 2, karena sisi samping yang tidak beresmit adalah 2.

c) Jika 100 meja =  $(2 \times 100) + 2$   
 $= 200 + 2$   
 $= 202 \text{ orang}$

d) Jika 402 orang  $-(402 - 2) : 2$   
 $= 400 : 2$   
 $= 200 \text{ meja}$

e) Jika 1000 meja =  $(1000 \times 2) + 2$   
 $= 2000 + 2$   
 $= 2002 \text{ orang}$

f) Jika t meja =  $(t \times 2) + 2$   
 $= 2t + 2 \text{ orang}$

Gambar 3.2 Jawaban subjek generalisasi matematis global simbolik

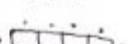
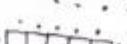
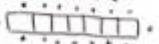
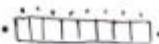
Berikut hasil wawancara dengan subjek :

- P : “bagaimana caramu menghitung banyaknya orang yang ada pada tabel?”
- S2 : “dihitung dari gambar”
- P : “ bagaimana caramu menghitung banyaknya orang jika ada 100 meja?”
- S2 : “ 2 kali 100 ditambah dua”
- P : “ mengapa kamu menggunakan cara itu ?”

- S2 : “ karena setiap meja ada 2 orang yang duduk disamping meja (atas dan bawah), jika ada 100 meja maka tinggal dikali dua kemudian ditambah orang yang duduk diujung meja ada dua orang.  
 P : “ jika ada 1000 meja, bagaimana?”  
 S2 : “ caranya sama, 1000 kali dua ditambah 2”  
 P : “Jika banyaknya meja belum diketahui, misal ada t meja, bagaimana kamu menentukan banyaknya orang yang bisa menempati meja tersebut”  
 S2 : “ t kali dua ditambah dua sama dengan  $2t + 2$ ”  
 P : “ setiap meja kan ada dua orang menempati (disisinya atas dan bawah), karena mejanya adat maka 2 kali t kemudian ditambah 2 (orang yang duduk diujung meja)”

Berdasarkan hasil wawancara dan pekerjaan subjek diperoleh hasil sebagai berikut : Relating : subjek membuat tabel tentang banyaknya orang dan banyaknya meja, menghubungkan model 1 ke model 2 dan seterusnya. Searching : Subjek menemukan pola atau aturan untuk menentukan banyaknya orang setelah membuat tabel dan melengkapinya. Extending : Subjek menggunakan aturan yang diperoleh untuk menentukan banyak orang yang menempati meja dalam jumlah tertentu (yang sudah ditentukan). Subjek dapat menentukan general rule untuk menentukan banyaknya orang jika ada t meja secara simbolik.

**3.2.2 generalisasi matematis global verbal**

Banyaknya Meja	Gambar	Banyaknya Orang
1		4
2		6
3		8
4		10
5		12
6		14
7		16
8		18

b. perubahan yang terjadi apabila banyak meja ditambah 1 jumlah orang bertambah  
 2. seperti contoh : apabila 2 meja berarti banyak orang yaitu 6 orang.  
 c. 100 meja : . . . orang  
 $100 \times 2 + 2 = 200$   
 d. 400 orang = 200 meja  
 e. 1000 meja = 2000 orang.  
 $1000 \times 2 + 2 = 2002$   
 f. banyak orang yang bisa menempati meja tersebut tergantung banyaknya meja, banyaknya meja dikali 2 lalu hasilnya ditambahkan 2. cara mengetahui banyaknya orang.

Gambar 3.3 Jawaban subjek generalisasi matematis global verbal

Berikut hasil wawancara dengan subjek :

- P : “bagaimana caramu menghitung banyaknya orang yang ada pada tabel?”  
 S3 : “ saya hitung dari gambar sebelahnya”  
 P : “ bagaimana caramu menghitung banyaknya orang jika ada 100 meja?”  
 S3 : “ 100 kali dua kemudian hasilnya ditambah 2”  
 P : “ mengapa kamu menggunakan cara itu ?”

S3 : “ karena di samping meja (sebelah atas) ada 100 orang yang duduk dan ada 100 orang yang duduk di samping meja sini (sebelah bawah), maka 100 kali dua kemudian di tambah dua, orang yang duduk di ujung meja”.

P : “ jika ada 1000 meja, bagaimana?”

S3 : “ ya sama, 1000 kali dua ditambah 2”

P : “Jika banyaknya meja belum diketahui, misal ada t meja, bagaimana kamu menentukan banyaknya orang yang bisa menempati meja tersebut”

S3 : “ banyaknya orang tergantung banyaknya meja, banyak meja dikali dua lalu hasilnya ditambahkan dua”

Berdasarkan hasil wawancara dan pekerjaan subjek diperoleh hasil sebagai berikut :

Relating : subjek membuat tabel (menghubungkan banyaknya meja dan banyaknya orang), menghubungkan model 1 ke model 2 dan seterusnya. Searching : Subjek menemukan pola atau aturan setelah melengkapi tabel. Kemudian diterapkan aturan itu untuk mneghitung banyaknya orang berdasar jumlah meja yang ditentukan. Extending : subjek dapat menentukan banyaknya orang dengan kata-kata jika meja belum diketahui.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis yang dilakukan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

	<b>Generalisasi terbatas</b>	<b>Generalisasi global simbolik</b>	<b>Generalisasi global verbal</b>
<b>relating</b>	Menghubungkan 2 objek, model ke 1 ke model lain	Menghubungkan 2 objek, model ke 1 ke model lain	Menghubungkan 2 objek, model ke 1 ke model lain
<b>searching</b>	mencari pola / aturan yang sama berdasarkan gambar	mencari pola / aturan yang sama berdasarkan gambar	mencari pola / aturan yang sama berdasarkan gambar
<b>extending</b>	Subjek dapat menerapkan pola secara terbatas (pada bilangan tertentu)  Subjek tidak dapat menentukan general rule	Subjek dapat menerapkan pola secara terbatas (pada bilangan tertentu)  Subjek dapat menentukan general rule secara simbolik	Subjek dapat menerapkan pola secara terbatas (pada bilangan tertentu)  Subjek dapat menentukan general rule secara verbal

Generalisasi refleksi dilihat dari pernyataan tertulis dan lisan subjek yang mendukung subjek dalam menjelaskan atau menjawab soal.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Hashemi, Nourooz. et. al. *Generalization in The Learning of Mathematics*. 2<sup>n</sup> International seminar on Quality and Affordable Education. 2013.
- [2] Mason, J. Expressing Generality and Roots of Algebra. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds). *Approaches to algebra: Perspective for Research and Teaching* (pp.65-86). Dordrecht, Netherlands: Kluwer. 1996.
- [3] Zazkis, Rina. Liljedahl, Peter. Chernoff, egan J. The Role Examples in Forming and Refuting Generalizations. *ZDM Mathematics education*. DOI 10.1007/s11858-007-0065-9. 2007.
- [4] Rivera, Ferdinand D.. *Toward a Visually-Oriented School Mathematics Curriculum*. New York: Springer. 2011.
- [5] Carraher, David W. Martinez, Mara V. dan Schliemann, Analucia D. Early Algebra and Mathematical Generalization. *ZDM Mathematics Education*, Vol 40, hal. 3-22. . 2007.
- [6] Kaput, J. *Teaching and Learning a New Algebra With Understanding*. Mathematics Classroom that Promote Understanding. Mahwah, NJ: Erlbaum. 1999.

- [7] Chua, Boon Liang dan Hoyles, Celia. Generalisation of Linear Figural Patterns in Secondary School Mathematics. *The Mathematics Educators*, Vol. 15, Hal. 1-30. 2014.
- [8] Ellis, Amy B. A Taxonomy for Categorizing Generalizations : Generalizing Actions and Reflection Generalizations. *The Journal of The Learning Sciences*, Vol. 16, hal. 221-262. 2007.
- [9] Creswell, J.W. *Educational Research: Planning, Conducting and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. Boston: Pearson Education Inc. 2012.
- [10] Moleong, L.J. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya. 2007.