

## Perbandingan Proyeksi Penduduk Jawa Barat Menggunakan Model *Malthus* dan *Verhulst* dengan Variasi Interval Pengambilan Sampel

Nenden Siti Nurkholipah<sup>1</sup>, Nursanti Anggriani<sup>2</sup>, Asep K. Supriatna<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mahasiswa Program Magister Matematika, Universitas Padjadjaran

<sup>2</sup>Departemen Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran

Email: <sup>1</sup>nendensitinurkholipah@yahoo.co.id

---

### Article Info

#### Riwayat Artikel:

Diterima: 15 Mei 2017

Direvisi: 1 Juni 2017

Diterbitkan: 31 Juli 2017

---

#### Keyword:

Model *Malthus*

Model *Verhulst*

*Carrying Capacity*

*Mean Absolute Percentage*

*Error (MAPE)*

Variasi Interval

Sampel

---

### ABSTRAK

Jawa Barat merupakan Provinsi terpadat di Indonesia. Padatnya penduduk di Jawa Barat mengakibatkan banyak permasalahan di berbagai aspek. Oleh karena itu pemerintah harus antisipasi ke depan mengenai jumlah penduduk Provinsi Jawa Barat. Antisipasi jangka panjang dapat dilakukan dengan memproyeksikan jumlah penduduk. Proyeksi jumlah penduduk dapat digunakan sebagai pertimbangan dalam kebijakan kependudukan Provinsi Jawa Barat. Proyeksi penduduk dapat dilakukan dengan menggunakan model *Malthus* dan model *Verhulst*. Pada paper ini dipelajari model matematika pada pertumbuhan populasi penduduk Provinsi Jawa Barat menggunakan model *Malthus* dan model *Verhulst* dimana dalam pengambilan sampelnya diambil dengan beberapa interval yang berbeda. Dalam penelitian dihitung pula laju pertumbuhan populasi penduduk dan *carrying capacity*. Data yang dianalisis adalah data jumlah penduduk Provinsi Jawa Barat tahun 1990 sampai dengan tahun 2015. Dari interval pada masing-masing model, dibandingkan berdasarkan galat yang dihasilkan. Interval dari suatu model yang menghasilkan galat terkecil merupakan interval yang paling tepat pada model tersebut. Kemudian dari kedua model dipilih model yang paling tepat berdasarkan dengan galat terkecil yang dianggap sebagai model paling mendekati data yang sebenarnya. Model *Verhulst* dengan interval pengambilan sampel 12 merupakan model dengan galat terkecil yaitu 1.410076124% sehingga dapat dijadikan rujukan untuk memproyeksikan jumlah penduduk di Provinsi Jawa Barat.

---

### Korespondensi:

Nenden Siti Nurkholipah,

Mahasiswa Magister Matematika,

Univesitas Padjadjaran,

Jl. Raya Bandung-Sumedang Km 21, Jatinangor. 45363

Email: [nendensitinurkholipah@yahoo.co.id](mailto:nendensitinurkholipah@yahoo.co.id)

---

### 1. PENDAHULUAN

Pertumbuhan penduduk merupakan masalah yang harus diperhatikan cukup serius oleh setiap negara. Sebagai contoh negara-negara di Afrika Barat yang merupakan kategori negara miskin memiliki rata-rata laju pertumbuhan penduduk per tahunnya sebesar 2,6%, padahal laju pertumbuhan penduduk idealnya berada pada level dibawah 1%. Di negara-negara maju level pertumbuhan penduduk pada umumnya berada di bawah 1% [1]. Berdasarkan hasil sensus penduduk tahun 1990, 2000 dan 2010 Provinsi Jawa barat memiliki jumlah penduduk masing-masing sebesar 29.415.723, 35.727.473, 43.021.826 dengan laju pertumbuhan penduduk per tahun 1990-2000 sebesar 1,96% dan laju pertumbuhan penduduk 2000-2010 sebesar 1,90% [2]. Jumlah penduduk Jawa Barat persepuluh tahun dari tahun 1990 sampai 2010 semakin meningkat, sedangkan laju pertumbuhan terlihat menurun dari 1.96% menjadi 1,90%. Angka tersebut bukanlah angka yang ideal bagi pertumbuhan penduduk, karena idealnya laju pertumbuhan penduduk itu di bawah angka 1%.

Dengan angka kepadatan dan laju pertumbuhan Provinsi Jawa Barat tersebut bukan tidak mungkin menyebabkan berbagai permasalahan seperti kemacetan, kesenjangan sosial, pengangguran, dan sebagainya. Maka pemerintah khususnya pemerintah Provinsi Jawa Barat perlu merencanakan dan mempersiapkan segala kebutuhan warganya sampai masa yang akan datang. Tentunya perencanaan tersebut diperlukan data dan informasi mengenai kepadatan penduduk dan laju pertumbuhan penduduk beberapa tahun ke depan. Data tersebut diperoleh dengan melakukan proyeksi jumlah penduduk hingga beberapa tahun ke depan.

Proyeksi penduduk Provinsi Jawa Barat dapat dilakukan melalui pemodelan secara matematis. Dengan digunakannya pemodelan matematika maka dapat diketahui perkiraan angka jumlah penduduk, angka pertumbuhan penduduk dan batasan jumlah penduduk maksimum. Data yang digunakan untuk memproyeksikan jumlah penduduk adalah data jumlah penduduk pada tahun-tahun sebelumnya untuk memperoleh solusi berupa jumlah penduduk untuk setiap tahun. Selanjutnya dilakukan verifikasi terhadap model tersebut dengan mencari galat yang terjadi antara solusi model dengan data yang sebenarnya. Galat tersebut diperoleh dengan menggunakan perhitungan *Mean Square Percentage Error* (MAPE)[3]. Apabila galatnya besar maka model yang digunakan kurang tepat ataupun ketidaktepatan dalam pengambilan sampel data. Namun jika sebaliknya, maka model tersebut tepat dan dapat digunakan untuk melakukan proyeksi populasi penduduk.

Pada penelitian sebelumnya [9], membahas pertumbuhan populasi di Ghana menggunakan model Eksponensial dan model Logistik. Dengan menggunakan model Eksponensial didapatkan MAPE yang lebih kecil dibandingkan dengan model Logistik. Pada penelitian [1] melakukan proyeksi penduduk di Kota Bandung menggunakan model *Verhulst* dengan variasi interval pengambilan sampel. Didapatkan pengambilan sampel dengan interval sembilan adalah pengambilan sampel terbaik pada model *Verhulst* untuk data di kota Bandung. Pada penelitian [10] memodelkan model matematika pada pertumbuhan populasi di Uganda dengan metode *Verhulst* dimana untuk menghitung laju pertumbuhan populasi dan *carrying capacity* menggunakan metode *Least Square*.

Tujuan dalam penelitian ini yaitu untuk menghitung proyeksi jumlah penduduk menggunakan model *Malthus* dan model *Verhulst* dengan variasi pengambilan sampel kemudian dibandingkan dan dipilih model terbaik dari kedua model tersebut.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Model *Malthus*

Model pertumbuhan populasi penduduk *Malthus* dikenal dengan model eksponensial. Model eksponensial merupakan model pertumbuhan yang sangat sederhana. Pada model ini populasi penduduk berkembang tidak dibatasi oleh lingkungan seperti kompetisi dalam mencari makanan. Prediksi bahwa jumlah populasi akan tumbuh secara eksponensial pertama kali dicetuskan oleh Thomas Malthus (1798)[4]. Populasi yang tumbuh secara eksponensial pertama kali diamati terjadi di alam bebas. Dinamika populasi dapat diaproksimasi dengan model ini hanya untuk periode waktu yang pendek saja. Diasumsikan bahwa laju pertumbuhan terhadap waktu berbanding lurus dengan jumlah populasi.

Misalkan  $P(t)$  menyatakan jumlah populasi pada saat  $t$  dan diketahui bahwa jumlah populasi saat  $t = 0 = t_0$  adalah  $P_0$  maka model matematika nya dapat dituliskan:

$$\frac{dP}{dt} = \gamma P, P > 0 \tag{1}$$

dimana  $\gamma$  adalah konstan

dengan:

$\gamma$  = Laju pertumbuhan populasi

$P$  = Jumlah populasi

Solusi dari model populasi *Malthus* pada persamaan (1) adalah sebagai berikut:

$$P(t) = P_0 e^{\gamma t} \tag{2}$$

Jika  $P_0$  populasi pada saat  $t = 0$ ,  $P_T$  populasi pada saat  $t = T$  maka diperoleh

$$P_0 = P_0 e^{\gamma(0)} = P_0 \tag{3}$$

$$P_T = P_0 e^{\gamma(T)} = P_0 e^{\gamma T} \tag{4}$$

Untuk mengeliminasi  $P_0$  dilakukan pembagian persamaan (4) oleh (3) sehingga diperoleh:

$$\frac{P_T = P_0 e^{\gamma T}}{P_0 = P_0} \tag{5}$$

$$e^{\gamma T} = \frac{P_T}{P_0} \tag{6}$$

Diperoleh laju pertumbuhan populasinya:

$$\gamma = \frac{1}{T} (\ln P_T - \ln P_0) \tag{7}$$

### 2.2 Model *Verhulst*

Perbandingan Proyeksi Penduduk Jawa Barat Menggunakan Model *Malthus* dan *Verhulst* dengan Variasi Interval Pengambilan Sampel

Model ini disebut model logistik, merupakan penyempurnaan dari model eksponensial dan pertama kali diperkenalkan oleh Pierre Verhulst pada tahun 1838 [5]. Verhulst menunjukkan bahwa pertumbuhan populasi tidak hanya bergantung pada ukuran populasi tetapi sejauh mana ukuran ini dari batas atasnya seperti daya tampung (*carrying capacity*). Dia memodifikasi model *Malthus* (eksponensial) untuk membuat ukuran populasi sesuai baik untuk populasi sebelumnya dengan syarat  $\left(\frac{\alpha-\beta P}{\alpha}\right)$ , dimana  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah koefisien vital dari populasi [6]

Persamaan yang telah dimodifikasi dengan syarat baru adalah:

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P \left(\frac{\alpha-\beta P}{\alpha}\right) = \frac{\alpha^2 P - \alpha\beta P^2}{\alpha} = \alpha P - \beta P^2 \quad (8)$$

dengan:

$\alpha$  = Laju pertumbuhan intrinsik

$\beta$  = Pengaruh dari peningkatan kepadatan

$P$  = Jumlah populasi

$\frac{\alpha}{\beta}$  = *Carrying capacity*

Jika populasi  $P$  berada di atas  $\frac{\alpha}{\beta}$  maka terjadi penurunan populasi, sedangkan jika populasi  $P$  dibawah  $\frac{\alpha}{\beta}$  maka terjadi peningkatan populasi. Persamaan logistik (8) dapat dipecahkan oleh pemisahan variable menjadi sebagai berikut:

$$\frac{dP}{\alpha P - \beta P^2} = dt \quad (9)$$

Kemudian dilakukan pengintegralan kedua ruas pada persamaan (8) dengan terlebih dahulu dilakukan dekomposisi terhadap persamaan (9)

$$\int \frac{1}{\alpha P - \beta P^2} dP = \int dt \quad (10)$$

$$\int \frac{1}{\alpha} \left( \frac{1}{P} + \frac{\beta}{\alpha - \beta P} \right) dP = \int dt \quad (11)$$

diperoleh:

$$P(t) = \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{P_0} - 1\right) e^{-\alpha t}} \quad (12)$$

Jika persamaan (12) dilimitkan  $t \rightarrow \infty$  didapatkan:

$$P_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} P = \frac{\alpha}{\beta} \quad (13)$$

Dari persamaan (13) dapat diperoleh nilai  $t^*$  yaitu waktu ketika mencapai nilai setengahnya dari equilibriumnya, yaitu dengan cara berikut:

$$t^* = \frac{\ln\left(\frac{\left(\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{P} - 1\right)}{\left(\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{P_0} - 1\right)}\right)}{-\alpha} = \frac{\ln\left(\frac{P_0(\alpha - P\beta)}{P(\alpha - P_0\beta)}\right)}{-\alpha} \quad (14)$$

Kemudian nilai  $\alpha$  dan  $\frac{\alpha}{\beta}$  dapat diperkirakan dari populasi  $P(t)$  dalam tiga tahun yang berbeda tetapi dengan *space* yang sama. Jika  $P_0$  populasi pada saat  $t = 0$ ,  $P_T$  populasi pada saat  $t = T$  dan  $P_{2T}$  adalah populasi pada saat  $t = 2T$ , maka dari persamaan (12) diperoleh:

Untuk  $t = T$ , maka:

$$P_T = \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{P_0} - 1\right) e^{-\alpha T}} \quad (15)$$

$$\frac{\beta}{\alpha} (1 - e^{-\alpha T}) = \frac{1}{P_T} - \frac{e^{-\alpha T}}{P_0} \quad (16)$$

untuk  $t = 2T$ , dengan cara yang sama diperoleh

$$\frac{\beta}{\alpha} (1 - e^{-2\alpha T}) = \frac{1}{P_{2T}} - \frac{e^{-2\alpha T}}{P_0} \quad (17)$$

kemudian dilakukan pembagian persamaan (17) oleh (16) untuk mengeliminasi  $\frac{\beta}{\alpha}$  diperoleh:

$$e^{-\alpha T} = \frac{P_0(P_{2T} - P_T)}{P_{2T}(P_T - P_0)} \quad (18)$$

jadi tingkat pertumbuhan populasinya adalah:

$$\alpha = -\frac{1}{T} \ln \frac{P_0(P_{2T} - P_T)}{P_{2T}(P_T - P_0)} \quad (19)$$

Substitusikan persamaan (18) ke persamaan (16) sehingga didapatkan *carrying capacity* sebagai berikut:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{P_T(P_0P_T - 2P_0P_{2T} + P_T P_{2T})}{P_T^2 - P_0P_{2T}} \tag{20}$$

[9].

**2.3 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)**

*Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) merupakan evaluasi statistik yang digunakan untuk menilai kecocokan dari suatu model dalam proyeksi penduduk. MAPE diekspresikan dalam bentuk persentase. Konsep dari MAPE sangat sederhana namun menjadi sangat penting dalam memilih model terbaik dari model-model lainnya. Sebuah model dengan MAPE lebih kecil adalah model yang dipilih dari model lainnya.

Bentuk matematika dari MAPE adalah sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{X_t - \check{X}_t}{X_t} \right| \times 100 \tag{21}$$

Dimana  $X_t$  adalah populasi sebenarnya pada waktu  $t$ ,  $\check{X}_t$  adalah proyeksi populasi pada waktu  $t$ , dan  $N$  adalah jumlah observasi dari masing-masing populasi.

Nilai MAPE yang terkecil merupakan yang terbaik karena persentase errornya lebih kecil yang dihasilkan dari sebuah model. Untuk interpretasi nilai MAPE bahwa jika nilai MAPE kurang dari 10% merupakan proyeksi yang sangat akurat, 10% sampai dengan 20% merupakan proyeksi yang sangat baik, 21% sampai dengan 50% adalah peramalan yang masuk akal, dan lebih dari 51% adalah peramalan yang tidak akurat [7].

**3. METODE PENELITIAN**

Data yang digunakan adalah data jumlah penduduk Provinsi Jawa Barat dari tahun 1990, 1991, 1992 sampai dengan tahun 2015. Sumber data diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Barat.

Kemudian model yang digunakan adalah model pertumbuhan populasi *Malthus* dan model pertumbuhan populasi *Verhulst*. Dari masing-masing model tersebut model diproyeksikan dengan interval pengambilan sampel yang berbeda. Kemudian setelah mendapatkan proyeksi jumlah penduduk setiap interval pengambilan sampel pada model, dipilih proyeksi yang terbaik yaitu proyeksi dengan *Mean Average Percentage Error* (MAPE) terkecil. Proyeksi dengan MAPE terkecil merupakan proyeksi terbaik pada model tersebut. Dan interval pengambilan sampel yang menghasilkan proyeksi terbaik merupakan interval pengambilan sampel yang dipilih pada model tersebut.

Kemudian dari kedua model tersebut dibandingkan dan dipilih model terbaik yaitu model dengan MAPE terkecil. Sehingga model terbaik dapat dijadikan rujukan untuk memproyeksikan jumlah penduduk Provinsi Jawa Barat pada tahun yang akan datang.

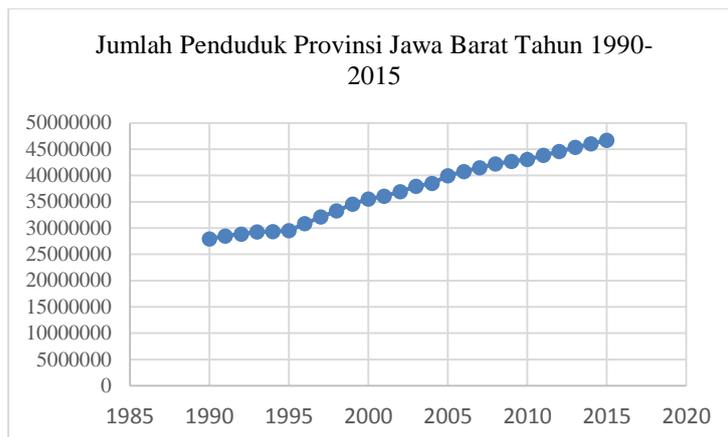
**4. HASIL DAN PEMBAHASAN**

Berikut adalah data jumlah penduduk Provinsi Jawa Barat tahun 1990-2015 [8].

Tabel 1. Jumlah penduduk Provinsi Jawa Barat tahun 1990-2015

Tahun	Jumlah	Tahun	Jumlah	Tahun	Jumlah
1990	27906932	1999	34555622	2008	42194869
1991	28494552	2000	35500611	2009	42693951
1992	28847980	2001	36075355	2010	43053732
1993	29262573	2002	36914883	2011	43826775
1994	29334440	2003	37980422	2012	44548431
1995	29486671	2004	38472185	2013	45340799
1996	30845357	2005	39960869	2014	46029668
1997	32106895	2006	40737594	2015	46709569
1998	33261409	2007	41483729		

Untuk melihat dinamika pertumbuhan penduduk Provinsi Jawa Barat dapat dilihat pada Gambar 1. Berdasarkan Gambar 1 dapat dikatakan bahwa populasi penduduk Provinsi Jawa Barat cenderung mengalami kenaikan dari tahun ke tahun. Hal ini dapat disebabkan lapangan pekerjaan dan kelayakan kehidupan di Provinsi Jawa Barat lebih baik dari tahun tahun sebelumnya.



Gambar 1. Jumlah penduduk Provinsi Jawa Barat tahun 1990-2015

**4.1 Proyeksi Model Malthus dengan Variasi Pengambilan Sampel**

Untuk memilih proyeksi yang paling tepat dalam model *Malthus*, terlebih dahulu dilakukan proyeksi terhadap 25 cara pengambilan sampel yang berbeda, yaitu interval pengambilan sampel 1, 2, 3, sampai dengan interval 25. Kemudian, diantara interval tersebut dibandingkan hasil proyeksinya. Proyeksi yang terbaik adalah proyeksi yang menghasilkan MAPE terkecil. Untuk setiap interval pada pengambilan sampel, diambil data populasi penduduk sebanyak dua buah. Jika  $P_0$  populasi pada saat  $t = 0$  dan  $P_T$  populasi pada saat  $t = T$ . Maka untuk interval 1, diambil data pada tahun 1990 sebagai  $P_0$  dan 1991 sebagai  $P_T$ . Pada interval 2, diambil data pada tahun 1990 sebagai  $P_0$  dan 1992 sebagai  $P_T$ . Begitupun seterusnya sampai pada interval 25. Untuk mendapatkan hasil proyeksi di Jawa Barat dengan model *Malthus*, dibutuhkan perhitungan laju pertumbuhan populasi untuk mendapatkan persamaan solusi umum dari model *Malthus*. Dengan masing-masing interval tersebut, nilai  $P_0$  dan  $P_T$  disubstitusikan ke dalam persamaan (7) sehingga diperoleh nilai laju pertumbuhan ( $\gamma$ ). Kemudian nilai  $P_0$  dan  $\gamma$  disubstitusi kedalam persamaan (4). Sehingga diperoleh persamaan untuk solusi umum model *Malthus*.

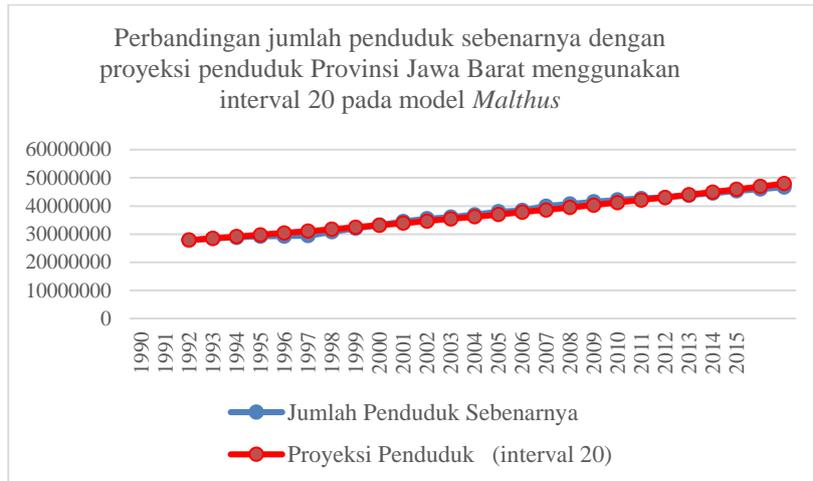
Dengan menggunakan solusi umum model *Malthus* didapatkan laju pertumbuhan dan MAPE dari setiap interval sebagai berikut:

Tabel 2. Laju pertumbuhan dan MAPE dari setiap interval menggunakan Model *Malthus*

Interval	Laju Pertumbuhan	MAPE	Interval	Laju Pertumbuhan	MAPE
1	0.020837794	2.216130077	14	0.022932885	2.064322422
2	0.016582428	6.506692728	15	0.023935039	2.81538923
3	0.015811404	7.309909789	16	0.023642265	2.506916866
4	0.012471784	10.74017538	17	0.023319186	2.24942699
5	0.011012643	22.70654908	18	0.022967973	2.076587294
6	0.016685187	6.400381756	19	0.022378007	1.931304527
7	0.020027955	2.986910449	20	0.02167869	1.88437627
8	0.02194034	1.891625021	21	0.021493801	1.907799128
9	0.023743905	2.604976468	22	0.021259174	1.975361243
10	0.024067479	2.976905704	23	0.021101398	2.047361672
11	0.02333953	2.263979996	24	0.02085046	2.205812625
12	0.023311641	2.245017552	25	0.020602957	2.408808514
13	0.023707362	2.567358659			

Dari Tabel 2 terlihat bahwa interval 20 adalah interval yang menghasilkan MAPE terkecil, yaitu 1.88437627 %. dengan laju pertumbuhan sebesar 0.022378007 atau 2.24%. Dengan demikian, pengambilan sampel dengan interval 20 pada model *Malthus* merupakan cara pengambilan sampel terbaik untuk model *Malthus*. Artinya proyeksi penduduk Provinsi Jawa Barat menggunakan model *Malthus* dengan cara pengambilan sampel pada interval 20 merupakan proyeksi yang paling mendekati dengan data yang sebenarnya

yang didapat dari BPS. Berikut adalah grafik perbandingan proyeksi penduduk dengan interval 20 pada model *Malthus*.



Gambar 2. Perbandingan jumlah penduduk sebenarnya dengan proyeksi penduduk menggunakan interval 20 pada model *Malthus*

**4.2 Proyeksi Model *Verhulst* dengan Variasi Pengambilan Sampel**

Untuk memilih proyeksi yang paling tepat dalam model *Verhulst*, terlebih dahulu dilakukan proyeksi terhadap 12 cara pengambilan sampel yang berbeda, yaitu interval pengambilan sampel 1, 2, 3, sampai dengan interval 12. Kemudian, diantara interval tersebut dibandingkan hasil proyeksinya. Proyeksi yang terbaik adalah proyeksi yang menghasilkan MAPE terkecil. Untuk setiap interval pada pengambilan sampel, diambil data populasi penduduk sebanyak tiga buah. Jika  $P_0$  populasi pada saat  $t = 0$ ,  $P_T$  populasi pada saat  $t = T$  dan  $P_{2T}$  populasi pada saat  $t = 2T$ . Maka untuk interval 1, diambil data pada tahun 1990 sebagai  $P_0$ , 1991 sebagai  $P_T$  dan 1992 sebagai  $P_{2T}$ . Pada interval 2, diambil data pada tahun 1990 sebagai  $P_0$ , 1992 sebagai  $P_T$  dan 1994 sebagai  $P_{2T}$ . Begituupun seterusnya sampai pada interval 12.

Dengan masing-masing interval tersebut, nilai  $P_0, P_T$  dan  $P_{2T}$  disubstitusikan ke dalam persamaan (20) sehingga diperoleh nilai *carrying capacity* yang membatasi penduduk Provinsi Jawa Barat yaitu dapat dilihat pada Tabel 3.

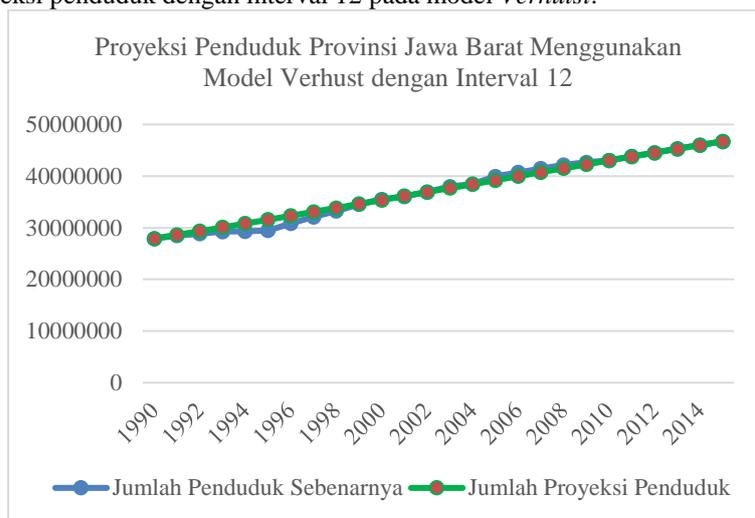
Tabel 3. *Carrying capacity*, laju pertumbuhan, pengaruh peningkatan kepadatan dan MAPE pada setiap interval pengambilan sampel pada model *Verhulst*.

Interval	<i>Carrying Capacity</i>	Laju Pertumbuhan ( $\alpha$ )	Pengaruh Peningkatan Kepadatan ( $\beta$ )	MAPE
1	29354585.82	0.54156555	1.84E-08	19.17189355
2	29821039.02	0.354863303	1.19E-08	18.27621326
3	15313028.47	-0.018266599	-1.19E-09	4.015224595
4	26905973.64	-0.209103724	-7.77E-09	222.6604516
5	27176252.34	-0.219229135	-8.07E-09	106.8518168
6	23859241.65	-0.074277851	-3.11E-09	54.74047252
7	12046450.74	-0.013531954	-1.12E-09	5.422618977
8	-10336895.84	0.005560829	-5.38E-10	3.485310837
9	140530072.9	0.030504924	2.17E-10	1.886930234
10	70131857.69	0.043892914	6.26E-10	1.499784678
11	78960684.81	0.039189462	4.96E-10	1.420941938
12	75692359.51	0.040718403	5.38E-10	1.410076124

Dengan mensubstitusikan nilai  $P_0, P_T$  dan  $P_{2T}$  ke dalam persamaan (18) sehingga didapatkan nilai  $e^{-\alpha T}$ , dan dari persamaan (19) didapatkan pula nilai laju pertumbuhan populasi ( $\alpha$ ). Kemudian nilai dari  $P_0, e^{-\alpha T}$  dan  $\frac{\alpha}{\beta}$  disubstitusikan kedalam persamaan (12) sehingga didapatkan proyeksi jumlah penduduk

Provinsi Jawa Barat dari setiap interval. Sehingga diketahui MAPE dari proyeksi jumlah penduduk pada setiap interval sebagaimana disajikan pada Tabel 3.

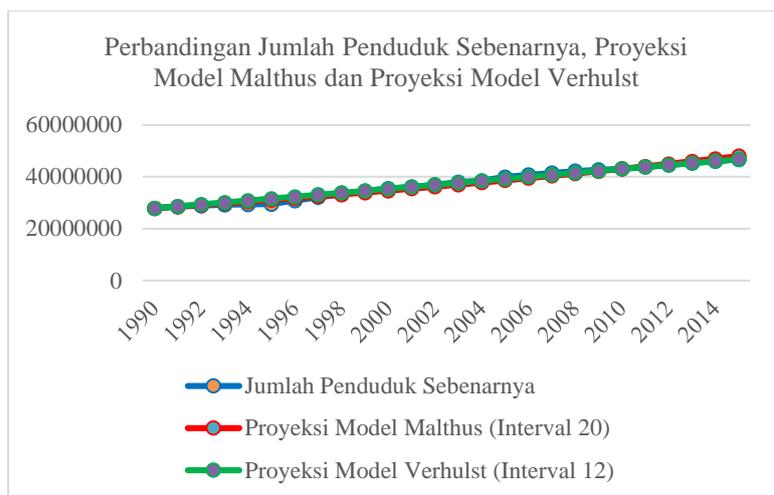
Dari Tabel 3, dapat dilihat bahwa nilai MAPE yang termasuk kategori akurat (kurang dari 10%) adalah interval 3, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Pada interval 3, dengan MAPE sebesar 4.01522459% namun mempunyai laju pertumbuhan dan pengaruh peningkatan kepadatan yang bernilai negatif sehingga hal itu sangat tidak mungkin. Pada interval 7 dengan MAPE sebesar 5.422618977% mempunyai pengaruh peningkatan kepadatan yang bernilai negatif dan itu tidaklah mungkin. Pada interval 8 dengan MAPE sebesar 3.485310837% mempunyai pengaruh peningkatan kepadatan yang bernilai negatif dan itu tidaklah mungkin. Pada interval 9, semua parameter bernilai positif dengan nilai *carrying capacity* paling besar yaitu sebesar 140530072,9. Sedangkan untuk interval 10, 11 dan 12 mempunyai MAPE hampir sama yaitu masing masing sebesar 1.499784678%, 1.420941938%, 1.410076124%. Oleh karena itu dalam Model *Verhulst* ini dipilih interval 12 sebagai interval terbaik yang mendekati dengan data yang sebenarnya dengan MAPE yang terkecil. Berikut adalah grafik perbandingan proyeksi penduduk dengan interval 12 pada model *Verhulst*.



Gambar 3. Perbandingan jumlah penduduk sebenarnya dengan proyeksi penduduk Provinsi Jawa Barat menggunakan Model *Verhulst* dengan interval dua belas

#### 4.3 Perbandingan Model *Malthus* dan model *Verhulst*

Dari kedua model dapat dibandingkan MAPE tiap-tiap model. Pengambilan sampel dengan interval 20 merupakan interval pengambilan sampel terbaik pada model *Malthus* untuk proyeksi jumlah penduduk Provinsi Jawa Barat dengan galat yang dihasilkan oleh MAPE sebesar 1.88437627%. Sedangkan pengambilan sampel dengan interval 12 merupakan interval pengambilan sampel terbaik pada model *Verhulst* untuk proyeksi jumlah penduduk Provinsi Jawa Barat dengan galat yang dihasilkan oleh MAPE sebesar 1.410076124%. Maka dari kedua model tersebut Model *Verhulst* dengan interval 12 dapat dijadikan rujukan untuk memproyeksikan jumlah penduduk di Provinsi Jawa Barat. Berikut digambarkan pada Gambar 4 grafik perbandingan jumlah penduduk sebenarnya, jumlah penduduk dengan proyeksi *Malthus*, dan jumlah penduduk dengan proyeksi *Verhulst*.



Gambar 4. Perbandingan jumlah penduduk sebenarnya, proyeksi model *Malthus* dan model *Verhulst*.

## 5. KESIMPULAN

Dari hasil penelitian yang telah dipaparkan, dapat disimpulkan bahwa pada model *Malthus*, interval 20 adalah interval yang menghasilkan MAPE terkecil, yaitu 1,88437627 % dengan laju pertumbuhan sebesar 0,022378007 atau sebesar 2,24%. Dengan demikian, proyeksi penduduk Provinsi Jawa Barat menggunakan model *Malthus* dengan cara pengambilan sampel pada interval 20 merupakan proyeksi yang paling mendekati dengan data yang sebenarnya. Sedangkan untuk model *Verhulst*, interval 12 adalah interval dengan MAPE terkecil yaitu sebesar 1.410076124% dengan laju pertumbuhan sebesar 0.040718403 atau sekitar 4.07%. Dengan demikian, proyeksi penduduk Provinsi Jawa Barat menggunakan model *Verhulst* dengan cara pengambilan sampel pada interval 12 merupakan proyeksi yang paling mendekati dengan data yang sebenarnya. Dari kedua model dapat disimpulkan bahwa model *Verhulst* dengan interval 12 menghasilkan MAPE terkecil dibandingkan dengan model *Malthus*. Oleh karena itu model *Verhulst* dengan pengambilan sampel interval 12 bisa dijadikan rujukan untuk memproyeksikan penduduk Provinsi Jawa Barat.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis berterima kasih kepada Bapak Asep K. Supriatna, Ibu Nursanti Anggriani atas segala bimbingan, saran dan kesabaran yang telah diberikan selama penulisan makalah ini. Selain itu, penulis sangat berterima kasih kepada Bapak Sunardi (Ayah), Ibu Nenoh (Ibu), Abdurrohman Saefulloh (Suami), Kakang Furqon (Anak), Mina dan Ilham (Adik-adik) dan seluruh keluarga besar penulis serta teman-teman atas segala doa, bantuan dan motivasi yang diberikan.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Zulkarnain, D. (2014). "Proyeksi Populasi Penduduk Kota Bandung Menggunakan Model Pertumbuhan Populasi *Verhulst* dengan Memvialisasikan Interval Pengambilan Sampel". *UIN SGD Bandung*, Vol VIII No. 1
- [2] Katalog BPS.(2016). *Jawa Barat Dalam Angka 2016*. Penerbit BPS Provinsi Jawa Barat.
- [3] Zheng, Songfeng, *Methods of Evaluating Estimator*. Lecture notes Missouri State University.
- [4] T. R. *Malthus* (1978). *An Essay on The Pinciple of Population, Introduction by Philip Appleman, and assorted commentary on Malthus edited by Appleman*, Norton Critical Edition, ISBN 0-393-09202-X.
- [5] Bacaer, Nicolas. (2011). *A Short History of Mathematical Population Dynamics*. Spinger-Verlag London Limited.
- [6] Wali, Augustus, dkk. (2011). Mathematical Modeling of Rwanda's Population Growth. *Applied Mathematical Science*, Vol 5, No. 53, 2617-2628.
- [7] Lewis, C. D (1982). *International and business forecasting method; A practical guide to eksponential smooting and curve fitting*. Butterworth Scientific. London.
- [8] Katalog BPS.(1990-2015). *Jawa Barat Dalam Angka 1990-2015*. Penerbit BPS Provinsi Jawa Barat.
- [9] Ofori, T., Ephraim L., Nyarko F. (2013). "Mathematical Model of Ghana's Population Growth". *International Journal of Modern Management Sciences*. ISSN: 2168-5479. Florida, USA.
- [10] Wali, Augustus, dkk. (2012). Mathematical Modeling of Uganda Population Growth. *Applied Mathematical Science*, Vol 6, No. 84, 4155-4168.