

## Penerapan Model ARMA(1,1) GARCH(0,1) pada Tinggi Muka Air Sungai Bengawan Solo di Pos Pemantauan Jurug

Retno Tri Vlandari\*, Tika Andarasni Parwitasari\*\*

\* Teknik Informatika, STMIK Sinar Nusantara Surakarta

\*\* Manajemen Informatika, STMIK Sinar Nusantara Surakarta

Email: retnotv@sinus.ac.id, tika@sinus.ac.id

---

### Info Artikel

#### Riwayat Artikel:

Diterima: 1 Oktober 2018

Direvisi: 1 November 2018

Diterbitkan: 1 Desember 2018

---

#### Kata Kunci:

Generalized Autoregressive  
Conditional Heteroscedasticity  
Tinggi Muka Air Sungai

---

### ABSTRAK

Intensitas hujan tahunan di daerah aliran sungai (DAS) Bengawan Solo mengakibatkan debit aliran sungai besar di beberapa anak sungai. Debit aliran sungai yang besar mengakibatkan tinggi muka air di beberapa pos pemantauan meningkat. Pada bulan Juli 2016, luapan sungai Bengawan Solo mengakibatkan banjir di kawasan Solo timur. Hal ini disebabkan karena tinggi muka air pada pos pemantauan Jurug menembus level 10. Oleh karena itu prediksi nilai tinggi muka air diperlukan sebagai upaya peringatan dini banjir. Pengukuran tinggi muka air sungai Bengawan Solo pada setiap pos pemantauan dilakukan setiap hari. Data tinggi muka air merupakan data runtun waktu. Salah satu metode peramalan data runtun waktu adalah Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), model ini memiliki asumsi homoskedastisitas atau variansi eror tetap. Tetapi apabila variansi eror berubah-ubah maka model yang digunakan adalah model ARIMA. Penelitian ini menggunakan 60 data dari bulan Januari – Februari 2017. Data tersebut terbukti stasioner berdasarkan nilai ADF 0,0036, oleh karena itu model ARIMA dapat digunakan. Berdasarkan pola correlogram, ACF dan PACF terpotong setelah lag pertama, hal ini menunjukkan tinggi muka air sungai periode tersebut dapat dimodelkan dengan Autoregressive Moving Average dengan orde  $p = 1$  dan  $q = 1$  (ARMA(1,1)) berikut  $Y_t = 0,146547 Y_{t-1} + 2,992438 - 0,919517 e_{t-1}$  dan GARCH (0,1)  $\sigma_t^2 = 0,019353 + 1,000907 \sigma_{t-1}^2$ , dengan nilai *mean absolute percentage error* (MAPE) 0,186946 artinya 18,6946 % rata-rata presentase kesalahan terhadap penerapan model ini.

Copyright © 2018 SIMANIS.

All rights reserved.

---

### Korespondensi:

Retno Tri Vlandari,

Teknik Informatika,

STMIK Sinar Nusantara Surakarta

Jl KH Samanhudi 84-86 Surakarta, Jawa Tengah, Indonesia 57142

retnotv@sinus.ac.id

---

### 1. PENDAHULUAN

Aliran sungai merupakan informasi yang paling penting bagi pengelola sumber daya air. Debit puncak (banjir) diperlukan untuk merancang bangunan pengendali banjir. Sementara data debit aliran kecil diperlukan untuk perencanaan alokasi air untuk berbagai macam keperluan, terutama pada musim kemarau panjang. Debit aliran rata-rata tahunan dapat memberikan gambaran potensi sumber daya air yang dapat dimanfaatkan dari suatu daerah aliran sungai. Debit adalah laju aliran air yang melewati suatu penampang melintang sungai per satuan waktu. Dalam laporan-laporan teknis, debit aliran biasanya ditunjukkan dalam bentuk hidrograf aliran. Hidrograf aliran adalah suatu perilaku debit sebagai respon adanya perubahan

karakteristik biogeofisik yang terjadi karena kegiatan pengelolaan DAS dan adanya fluktuasi musiman atau tahunan seperti perubahan iklim lokal [1]

Intensitas hujan tahunan di daerah aliran sungai (DAS) Bengawan Solo mengakibatkan debit aliran sungai besar di beberapa anak sungai. Debit aliran sungai yang besar mengakibatkan tinggi muka air di beberapa pos bendungan meningkat. Pengukuran tinggi muka air pada tiap bendungan. Hal ini dibutuhkan untuk mengantisipasi banjir. Pada akhir tahun 2016 di kawasan Solo timur terjadi banjir yang diakibatkan oleh meluapnya air sungai Bengawan Solo, pada pos pemantauan Jurug melebihi level 10. Terdapat 10 Kelurahan di bagian Solo timur tergenangi oleh banjir. Oleh karena itu diperlukan suatu model yang dapat digunakan untuk memprediksi tinggi muka air, agar dapat dilakukan peringatan dini bahaya banjir. Tinggi muka air pada pos pemantauan Jurug merupakan data runtun waktu yang diukur tiap hari.

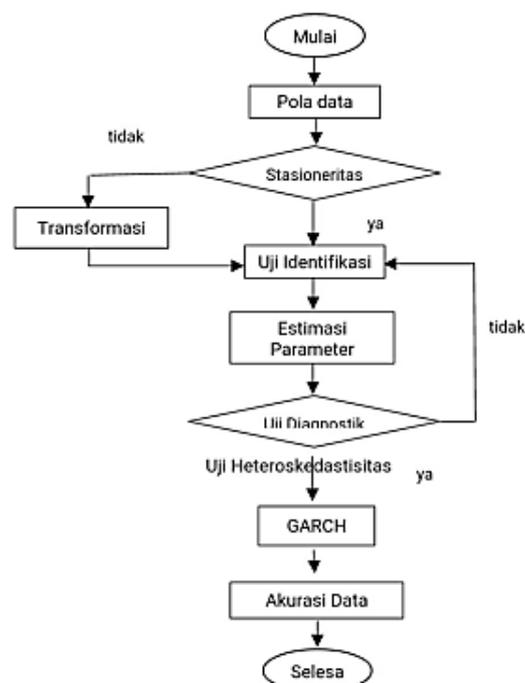
Menurut Bollerslev, data runtun waktu dapat disusun dengan model stasioner, seperti Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA). Model ini dapat diidentifikasi dengan Autocorelation Function (ACF) dan Partial Autocorelation Function (PACF). Model ARIMA memiliki asumsi homoskedastisitas atau variansi eror tetap. Tetapi jika data runtun waktu tinggi muka air memiliki variansi eror berubah-ubah setiap saat atau terjadi heteroskedastisitas [2].

## 2. METODE PENELITIAN

Berikut adalah langkah-langkah operasional untuk mencapai tujuan penelitian.

1. Membuat plot data untuk mengetahui pola sebaran data
2. Melakukan uji stasioneritas menggunakan uji akar unit, jika data stasioner maka data langsung dapat dimodelkan.
3. Jika data tidak stasioner, maka dilakukan transformasi ln. Kemudian melakukan uji akar unit kembali.
4. Setelah data stasioner maka dilakukan identifikasi model dengan menggunakan plot ACF dan PACF. Kemudian memberikan kesimpulan dari model stasioner data tersebut dengan menentukan besarnya parameter.
5. Setelah model stasioner terbentuk kemudian dilakukan uji diagnostik pada eror yang dihasilkan oleh model tersebut. Eror adalah selisih data prediksi dengan data sebenarnya.
6. Jika asumsi homogenitas variansi tidak terpenuhi, maka artinya data tersebut memiliki variansi eror yang berubah-ubah.
7. Melakukan pemodelan untuk koreksi variansi erornya menggunakan GARCH.

Alur metode ARIMA GARCH dapat dilihat seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Alir ARIMA GARCH

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

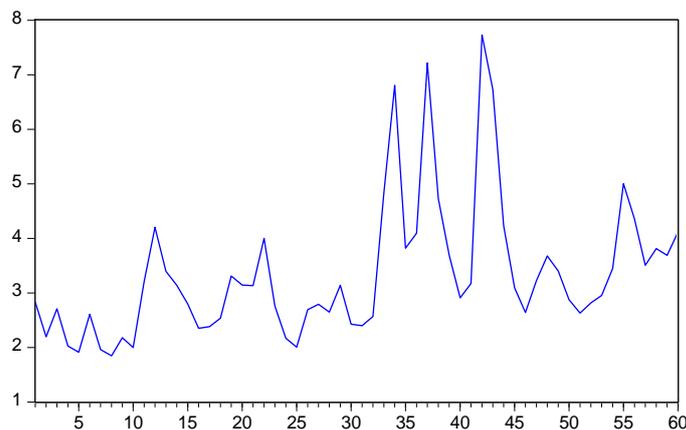
*Penerapan Model ARMA(1,1) GARCH(0,1) pada Tinggi Muka Air Sungai Bengawan Solo di Pos ...*

### 3.1. Deskripsi dan Pola Data

Berdasarkan metode penelitian yang telah dirancang, maka langkah pertama yang dilakukan adalah deskripsi data. Gambar 2 menunjukkan data tinggi muka air stasioner dalam rata-rata tetapi variansi tidak konstan. Hal ini diperkuat menggunakan uji stasioner unit root. Nilai probabilitas Augmented Dickey-Fuller (ADF) adalah 0,0036. Nilai probabilitas tersebut lebih kecil dari tingkat signifikansi  $\alpha = 0,05$ . Hal ini juga dapat dibuktikan dari nilai statistik  $t$ ,  $|t|_{TMA} = 2,911730 > t_{(0,05;59)} = -1,671$ , artinya  $H_0$  berhasil ditolak yang menunjukkan data tidak memiliki akar unit maka data stasioner. Hasil ini dapat dilihat pada Tabel 1 Karena terbukti stasioner terhadap rata-rata maka sebelum memodelkan variansinya, dilakukan model rata-rata terlebih dahulu.

Tabel 1. Uji Stasioneritas Data

Null Hypothesis: TMA has a unit root	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3,906148	0,0036
Test critical values:	1% level	-3,546099
	5% level	-2,911730
	10% level	-2,593551

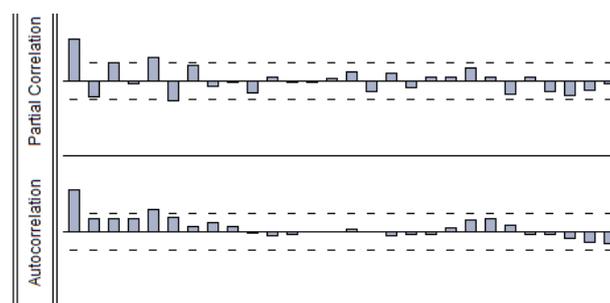


Gambar 2. Grafik Pola Data Awal

### 3.2. Pembentukan Model Stasioner Rata-rata Bersyarat

#### 3.2.1. Identifikasi Model

Pemodelan rata-rata bersyarat dari data stasioner dapat menggunakan ARMA. Untuk mengidentifikasi model ARMA digunakan grafik ACF dan PACF seperti yang terlihat pada Gambar 3. Berdasarkan Gambar 3, nilai ACF dan PACF terputus setelah lag pertama, maka model rata-rata bersyarat yang digunakan adalah ARMA(1,1)



Gambar 3. ACF and PACF TMA

**3.2.2. Estimasi Parameter Model**

ARMA(1,1) adalah proses autoregresif orde 1 dan proses *moving average* orde 1 sebagai berikut:

$$Y_t = \phi Y_{t-1} + e_t - \theta e_{t-1}$$

sehingga diperoleh fungsi autokovariansi sebagai berikut:

untuk  $k = 0$  diperoleh

$$E(Y_t Y_t) = \gamma_0 = \phi \gamma_1 + \sigma_e^2 - \theta(\phi - \theta)\sigma_e^2 \tag{1}$$

untuk  $k = 1$  diperoleh

$$E(Y_t Y_{t-1}) = \gamma_1 = \phi \gamma_0 - \theta \sigma_e^2 \tag{2}$$

dengan substitusi Persamaan (2) ke Persamaan (1) diperoleh

$$\gamma_0 = \frac{(1-2\theta\phi+\theta^2)}{(1-\phi^2)} \sigma_e^2 \text{ dan } \gamma_1 = \frac{(1-\theta\phi)(\phi-\theta)}{(1-\phi^2)} \sigma_e^2$$

untuk  $k = 2$ , diperoleh fungsi autokovariansi

$$\gamma_2 = \frac{(1-\theta\phi)(\phi-\theta)}{(1-\phi^2)} \phi \sigma_e^2$$

untuk  $k = k$  diperoleh

$$\gamma_k = \frac{(1-\theta\phi)(\phi-\theta)}{(1-\phi^2)} \phi^{k-1} \sigma_e^2$$

Sedangkan fungsi autokorelasi, untuk  $k = 1$

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{(1-\theta\phi)(\phi-\theta)}{1-2\theta\phi+\theta^2}$$

untuk  $k = 2$

$$\rho_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_0} = \frac{(1-\theta\phi)(\phi-\theta)\phi}{1-2\theta\phi+\theta^2}$$

untuk  $k = k$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{(1-\theta\phi)(\phi-\theta)\phi^{k-1}}{1-2\theta\phi+\theta^2}$$

Untuk selanjutnya perhitungan estimasi parameter model stasioner ARMA(1,1) diperoleh hasil seperti pada Tabel 2.

Tabel 2. ARMA (1,1)

Variabel	Koefisien
C	2,992438
AR(1)	0,146547
MA(1)	-0,919517

Berdasarkan Tabel 2 diperoleh  $\hat{\phi}_1 = 0,146547$ ,  $\hat{\theta}_1 = -0,919517$  dan nilai intersep 2,992438 sehingga diperoleh model ARMA(1,1) berikut

$$Y_t = 0,146547 Y_{t-1} + 2,992438 - 0,919517 e_{t-1}$$

dengan  $Y_t$  adalah tinggi muka air pada waktu  $t$  dan  $e_t$  adalah eror yang dihasilkan model ARMA(1,1) pada waktu  $t$ .

**3.2.3. Uji Diagnostik**

**Uji Autokorelasi**

Model rata-rata bersyarat yang baik, eror yang dihasilkan tidak memiliki autokorelasi. Autokorelasi menunjukkan adanya hubungan antar pengamatan. Uji statistik Breusch-Godfrey adalah uji yang digunakan untuk mengetahui adanya autokorelasi, seperti pada Tabel 3.

Tabel 3. Uji Autokorelasi Model

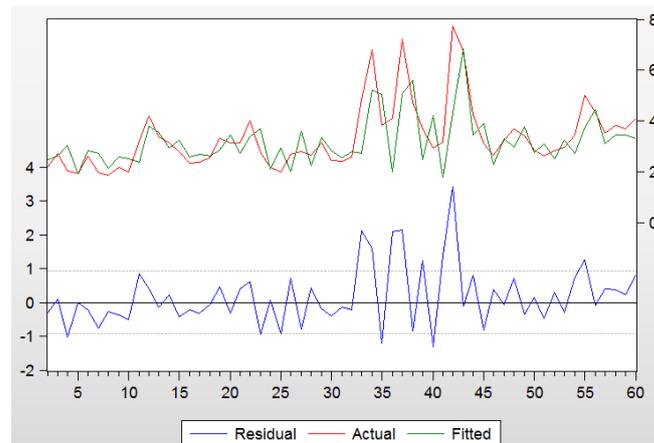
Uji Breusch-Godfrey	0,2134
Eror pada lag-1	0,7652
Eror pada lag-2	0,7213
Eror pada lag-3	0,4512
Eror pada lag-4	0,2111
Eror pada lag-5	0,1202
Eror pada lag-6	0,0912
Eror pada lag-7	0,2307
Eror pada lag-8	0,3087

### Uji Heteroskedastisitas

Suatu keadaan dikatakan heteroskedastisitas, jika suatu data memiliki variansi eror yang tidak konstan untuk setiap pengamatan. Data yang bersifat heteroskedastisitas cenderung merupakan data yang nilainya berfluktuasi dengan cepat. Volatilitas digunakan untuk menggambarkan fluktuasi dari suatu data. Volatilitas dapat didefinisikan sebagai variansi data terhadap waktu. Volatilitas dapat digambarkan dengan adanya kecenderungan suatu data berfluktuasi secara cepat dari waktu ke waktu sehingga variansi eror berubah setiap waktu. Hal ini dapat diketahui melalui uji White seperti pada Tabel 4. Berdasarkan Tabel 4, nilai probabilitas data, kurang dari  $\alpha = 0,05$ . Nilai  $R^2 = 9,213801 > \chi^2_{0,05;2} = 5,991$  sehingga  $H_0$  ditolak yang artinya terdapat heteroskedastisitas.

Tabel 4. Uji Heteroskedastisitas White

<i>Obs. R<sup>2</sup></i>	9,213801
Probabilitas $\chi^2$	0,0100



Gambar 4. Residual, Actual, dan Fitted

Berdasarkan Gambar 4 diperoleh gambaran perbandingan nilai sebenarnya (*actual*) dengan nilai prediksi (*fitted*). Berdasarkan data prediksi (*fitted*) yang diperoleh maka dihitung nilai *mean absolute percentage error* (MAPE).

## 4. KESIMPULAN

Tinggi muka air sungai bengawan solo untuk periode Januari – Februari 2017, mengikuti model ARMA(1,1), karena terbukti stasioner terhadap rata-rata tetapi memiliki variansi data yang tidak konstan, sehingga untuk penelitian selanjutnya akan lebih baik jika terdapat model variansi data menggunakan GARCH model ataupun TARARCH model. Data runtun waktu adalah sulit untuk dimodelkan karena fluktuasi data dipengaruhi oleh banyak faktor sesuai dengan karakteristik data masing-masing. Oleh karena itu pada penulisan selanjutnya, hal yang dapat dikembangkan dengan model lain seperti TGARCH, MGARCH, dan APARCH. Model tersebut merupakan model yang sesuai untuk data runtun waktu yang bersifat asimetris

### UCAPAN TERIMA KASIH

The authors gratefully acknowledge the contributions of Ministry of Research, Technology, and Higher Education, Indonesia, for funding this research. We would like to thank to STMIK Sinar Nusantara Surakarta for their useful suggestions, which contributed significantly to improving the original manuscript.

### REFERENSI

- [1] Kurniawati, "Analisis tinggi muka air bengawan solo hilir akibat adanya floodway dengan metode jaringan syaraf tiruan," *J. Tek. Pengair. Konsentrasi Sist. Inf. Sumber Daya Air*, 2016.
- [2] K. Yunus, "ARIMA-based Frequency-Decomposed Modelling of Wind Speed Time Series," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 31(4), pp. 2546–2556, 2016.
- [3] A. Vaccaro, "Local Learning-ARIMA Adaptive Hybrid Architecture for Hourly Electricity Price Forecasting," *Powertech IEEE*, pp. 1–6.
- [4] G. Liu, "Software Reliability Forecasting: Singular Spectrum Analysis and ARIMA Hybrid Model," *Theor. Asp. Softw. Eng. Nanjing*, pp. 111–118, 2015.
- [5] T. Hirata, "Time Series Prediction using Deef Belief Net (DBF) and ARIMA," in *international Conference on Computer Application Technologies*, 2015.
- [6] L. Wang, "Wind Speed Forecasting Based on Fuzzy-Neural Network Combination Method," in *The 27th Chinese Control and Decision Conference*, 2015, pp. 4811–4816.
- [7] Y.-S. Lee, "Forecasting Time Series using a Methodology Based on Autoregressive Integrated Moving Average and Genetic Programming," *Knowledge-Based Syst.*, vol. 24, pp. 66–72, 2011.
- [8] A. M. S. W. Jacobs, "Combination of Box-Jenkins and MLP/RNA Models for Forecasting Combining Forecasting of Box-Jenkins," *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 14, no. 4, 2016.
- [9] Z. A. Farhath, B. Arputhamary, and L. Arockiam, "A Survey on Arima Forecasting Using Time Series Model," vol. 5, no. 8, pp. 104–109, 2016.
- [10] M. Y. Mahan, C. R. Chorn, and A. P. Georgopoulos, "White Noise Test: detecting autocorrelation and nonstationarities in long time series after ARIMA modeling," *Proceeding 14th Python Sci. Conf. (SCIPY 2015)*, no. Scipy, pp. 100–108, 2015.