

Analisis Model Dinamik Wabah HIV/AIDS di Kabupaten Bojonegoro

M. Ivan Ariful Fathoni*, Ismanto*

* Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Nahdlatul Ulama Sunan Giri

Email: fathoni@unugiri.ac.id, ismanto0901@unugiri.ac.id

Info Artikel

Riwayat Artikel:

Diterima: 1 Oktober 2018
Direvisi: 1 November 2018
Diterbitkan: 1 Desember 2018

Kata Kunci:

HIV/AIDS
Bojonegoro
Model Matematika
Sistem Dinamik
Persamaan Diferensial

ABSTRAK

HIV (*Human Immunodeficiency Virus*) merupakan virus yang dapat menyebabkan AIDS (*Acquired Immune Deficiency Syndrome*) dengan cara merusak sistem kekebalan tubuh. WHO (*World Health Organization*) memperkirakan AIDS telah membunuh lebih dari 25 juta orang sejak pertama kali diakui pada tanggal 5 Juni 1981. Indonesia sendiri masih memiliki angka penderita HIV yang relatif tinggi. Penderita HIV di Indonesia sekarang sudah merata, tidak lagi di kota-kota besar, namun juga penduduk di kota-kota kecil sudah banyak yang terjangkit HIV. Bojonegoro merupakan kota kecil yang ada di Provinsi Jawa Timur dengan jumlah penduduk sekitar 1.408.089 jiwa manusia. Pada saat ini Bojonegoro menjadi salah satu pusat tambang minyak yang ada di Indonesia. Meningkatnya proyek migas di Blok-Cepu serta pesatnya pembangunan menimbulkan dampak sosial yang negatif di tengah masyarakat. Terutama banyaknya tempat-tempat prostitusi yang memicu penularan penyakit HIV/AIDS di Bojonegoro. Jumlah kasus HIV/AIDS di Kabupaten Bojonegoro semakin meningkat dari tahun ke tahun. Hal ini perlu mendapatkan perhatian yang serius karena HIV/AIDS akan memberikan dampak yang sangat besar jika tidak ditanggulangi. Model matematika seringkali digunakan untuk menjelaskan fenomena dalam bidang biologi, seperti model penyebaran penyakit menular. Fenomena tersebut dimodelkan oleh persamaan diferensial dengan representasi proses waktu kontinu. Populasi penduduk bojonegoro yang sehat, terinfeksi HIV, dan pengidap AIDS, serta populasi serupa di kota lain yang warganya melakukan perpindahan penduduk ke bojonegoro dimodelkan dalam bentuk sistem persamaan diferensial. Analisis terhadap sistem diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Bilangan reproduksi dasar menentukan kestabilan dari titik kesetimbangan dan parameter-parameter yang dapat dikendalikan dalam upaya pencegahan endemi HIV/AIDS di Kab.Bojonegoro.

Copyright © 2018 SIMANIS.
All rights reserved.

Korespondensi:

M. Ivan Ariful Fathoni,
Program Studi Pendidikan Matematika,
Universitas Nahdlatul Ulama Sunan Giri,
Jl. Ahmad Yani No. 10
Email: fathoni@unugiri.ac.id

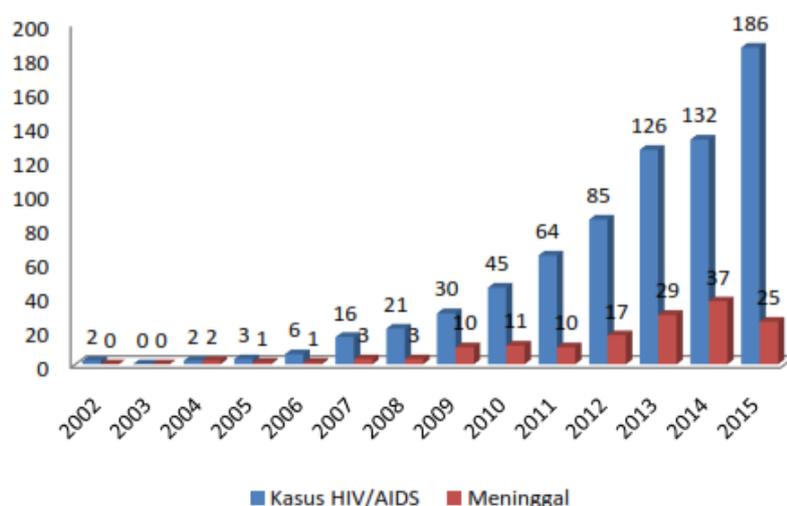
1. PENDAHULUAN

HIV (Human Immunodeficiency Virus) merupakan virus yang dapat menyebabkan AIDS (Acquired Immune Deficiency Syndrome) dengan cara menyerang sel darah putih yang bernama sel CD4+ sehingga mengakibatkan rusaknya sistem kekebalan tubuh. Tanpa kekebalan tubuh maka ketika tubuh diserang penyakit, tubuh menjadi lemah dan tidak mampu melawan penyakit yang datang dan akibatnya seseorang dapat meninggal dunia meski terkena influenza atau pilek biasa.

HIV dapat ditularkan melalui kontak langsung dengan darah atau cairan tubuh seseorang yang terinfeksi virus. Penggunaan jarum suntik secara bergantian atau melakukan hubungan seks yang tidak terlindungi dengan orang yang terinfeksi juga dapat menjadi resiko HIV, termasuk seorang bayi bisa tertular HIV dari ibu yang terinfeksi. Ketika tubuh manusia terkena HIV, maka seseorang tidak langsung mengidap AIDS, melainkan diperlukan waktu yang cukup lama bahkan bertahun-tahun bagi HIV untuk menyebabkan AIDS. Hingga saat ini, belum ada obat yang dapat menyembuhkan AIDS. Namun ada terapi yang memperlambat perkembangan HIV dan kerusakan pada sistem kekebalan tubuh yaitu *Antiretroviral Therapy* (ART), dahulu dikenal sebagai HAART (*Highly Active Antiretroviral Therapy*). Terapi ini menggunakan obat-obatan yang disebut dengan *antiretroviral* (ARV) seperti AZT, DDC, DDI dan D4T. Terapi lain yang juga terdapat di beberapa negara antara lain VCT (*Voluntary Counseling and Testing*), PMTCT (*Prevention of Mother to Child Transmission*), IMAI (*Integrated Management of Adolescence and Adult Illness*) dan MMT (*Methadon Maintenance Therapy*) [1].

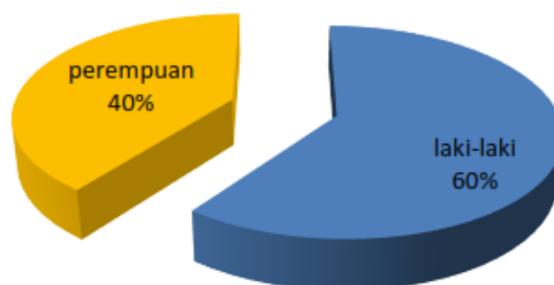
WHO (World Health Organization) menyatakan bahwa AIDS telah membunuh lebih dari 25 juta orang sejak pertama kali diakui pada tanggal 5 Juni 1981. Pada tahun 2005 saja, AIDS diklaim telah menyebabkan kematian sebanyak 2,4 hingga 3,3 juta jiwa, lebih dari 570.000 jiwa diantaranya adalah anak-anak. Di Indonesia, HIV/AIDS pertama kali ditemukan di Provinsi Bali pada tahun 1987. Hingga saat ini HIV/AIDS sudah menyebar di 407 dari 507 kabupaten/kota (80%) di seluruh provinsi di Indonesia. Penderita HIV adalah penderita yang menurut hasil pemeriksaan laboratorium dinyatakan positif HIV. Jumlah kumulatif penderita HIV di Indonesia sampai Juni 2016 sebanyak 208.920 orang, sedangkan total kumulatif kasus AIDS sebanyak 82.556 orang. Berdasarkan laporan provinsi, jumlah (kumulatif) kasus infeksi HIV yang terbanyak adalah Provinsi DKI Jakarta (41.891 kasus), kemudian disusul oleh Provinsi Jawa Timur (27.575 kasus) [2].

Penderita HIV di Indonesia sekarang sudah merata, tidak lagi di kota-kota besar, namun juga penduduk di kota-kota kecil sudah banyak yang terjangkit HIV. Bojonegoro merupakan kota kecil yang ada di Provinsi Jawa Timur dengan jumlah penduduk sekitar 1.408.089 jiwa manusia. Pada saat ini Bojonegoro menjadi salah satu pusat tambang minyak yang ada di Indonesia. Meningkatnya proyek migas di Blok-Cepu serta pesatnya pembangunan menimbulkan dampak sosial yang negatif di tengah masyarakat. Terutama banyaknya tempat-tempat prostitusi yang memicu penularan penyakit HIV/AIDS di Bojonegoro. Dinas Kesehatan Bojonegoro menerangkan bahwa jumlah pengidap HIV di Bojonegoro dari tahun ke tahun semakin meningkat. Gambar 1 memperlihatkan tren perkembangan kasus HIV/AIDS di Kabupaten Bojonegoro sejak ditemukan pertama kali pada tahun 2002 sampai dengan tahun 2015.



Gambar 1. Jumlah Kasus dan Kematian HIV/AIDS di Kab.Bojonegoro Th.2002-2015

HIV/AIDS yang ada di Bojonegoro sebagian dibawa oleh para pendatang, dan sebagian yang lain berasal dari penduduk asli. Hal ini perlu mendapatkan perhatian yang serius karena HIV/AIDS akan memberikan dampak yang sangat besar jika tidak ditanggulangi. Dampak yang ditimbulkan diantaranya adalah menurunnya tingkat kesejahteraan penduduk, karena penderita HIV tidak mampu bekerja secara optimal sedangkan sebagian besar penderita HIV/AIDS adalah kelompok usia produktif yang menjadi tumpuan perekonomian keluarga. Pengobatan HIV/AIDS juga memerlukan biaya yang relatif mahal. Kasus HIV/AIDS pada anak-anak juga dapat mempengaruhi kualitas generasi muda di masa yang akan datang. Berdasarkan jenis kelaminnya, proporsi penderita HIV/AIDS banyak ditemukan pada kelompok laki-laki (60,22%), seperti pada Gambar 2. Untuk mencegah endemi HIV/AIDS di Bojonegoro, perlu adanya kerjasama dari berbagai lintas sektor, seperti pemerintah, masyarakat, praktisi, dan juga akademisi [3].



Gambar 2. Penderita HIV/AIDS berdasarkan Jenis Kelamin di Kab.Bojonegoro Tahun 2015

Model matematika seringkali digunakan untuk menjelaskan fenomena dalam bidang biologi, seperti model penyebaran penyakit menular. Fenomena tersebut dimodelkan oleh persamaan diferensial dengan representasi proses waktu kontinu. Wan dan Cui [4] meneliti tentang tingkahlaku dari epidemi ketika adanya imigrasi atau transportasi dari populasi antar dua wilayah. Jiang, dkk. [5] membuat model epidemi SIR dengan dua kategori gangguan stokastik. Marsudi, dkk. [6] melakukan penelitian analisa kestabilan penyebaran HIV/AIDS dengan edukasi kesehatan melalui perluasan model SI (susceptible-infected), dampak edukasi kesehatan pada penyebaran penyakit HIV/AIDS dikaji dengan analisis sensitivitas angka reproduksi efektif terhadap semua parameter yang mendorong dinamika penyakit. Eduafo, dkk. (2015) [7] membahas tentang model SIA transmisi HIV di Ghana. Berdasarkan referensi dari penelitian yang telah dilakukan sebelumnya, dalam penelitian ini dikaji model matematika dinamika transmisi atau penularan HIV/AIDS yang ada di Kab.Bojonegoro.

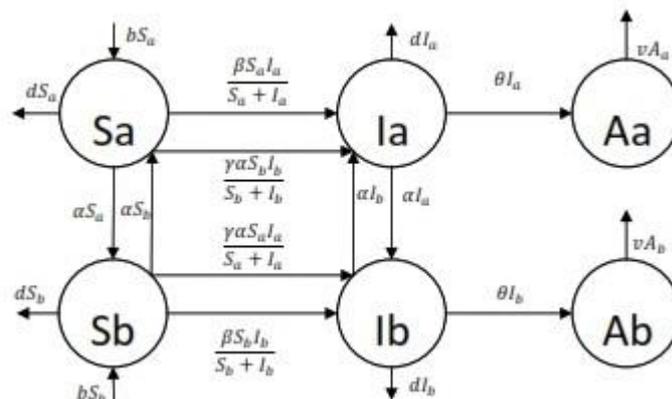
2. PROSEDUR PENELITIAN

Prosedur yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Konstruksi Model
Pada tahap ini dikonstruksi model penyebaran HIV/AIDS di dua kota yang terdiri dari enam variabel.
2. Analisis Dinamik
Pada tahap ini dilakukan analisis dinamik yang meliputi pencarian titik-titik kesetimbangan dari model yang telah dikonstruksi, kemudian dilakukan analisis eksistensi dan kestabilan dari titik-titik kesetimbangan tersebut berdasarkan bilangan reproduksi dasar (R_0).
3. Simulasi Numerik
Pada tahap ini dibuat program simulasi dari model dengan menggunakan *software* Matlab. Program simulasi dijalankan dengan variasi nilai parameter untuk mencari kondisi saat $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$.
4. Interpretasi Hasil Simulasi
Hasil simulasi yang diperoleh dari *output* program dicek untuk memastikan kesesuaian dengan hasil analisis dinamik. Interpretasi hasil simulasi diperlukan untuk memahami permasalahan penyebaran yang sebenarnya terjadi dalam bentuk tampilan hasil simulasi.
5. Analisis Hasil dan Pembahasan
Dari analisis dinamik dan interpretasi hasil simulasi, dapat dilakukan analisis lebih lanjut dengan mencari faktor-faktor yang dapat dikendalikan untuk mencegah terjadinya endemi HIV/AIDS. Penyesuaian nilai-nilai parameter diperlukan sebagai pembanding hasil simulasi.

3. KONSTRUKSI MODEL

Model matematika penyebaran HIV dikonstruksi dengan pengembangan model dasar kompartemen SIA dengan mengkombinasi dari model Wan dan Cui [4]. Populasi terbagi menjadi dua kota, masing-masing kota terdiri dari kompartemen *Susceptibles* (*S*), *Infectives* (*I*), dan *AIDS* (*A*). *Susceptibles* adalah populasi dari individu-individu rentan, *Infective* adalah populasi dari individu-individu terinfeksi HIV, *AIDS* adalah populasi individu yang telah mencapai fase AIDS (ODHA), Kota A adalah wilayah Bojonegoro, dan Kota B adalah wilayah lain yang identik. Diagram kompartemen menggambarkan interaksi dan alur perpindahan individu dari populasi satu ke populasi yang lain, secara skematis disajikan dalam Gambar 3.



Gambar 3. Diagram Kompartemen model penyebaran HIV/AIDS

Sistem persamaan diferensial berdasarkan model kompartemen Gambar 3. adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS_a}{dt} &= b - \alpha S_a + \alpha S_b - \beta S_a I_a - \gamma \alpha S_b I_b - dS_a \\ \frac{dI_a}{dt} &= \beta S_a I_a + \gamma \alpha S_b I_b - \alpha I_a + \alpha I_b - dI_a - \theta I_a \\ \frac{dA_a}{dt} &= \theta I_a - vA_a \\ \frac{dS_b}{dt} &= b - \alpha S_b + \alpha S_a - \beta S_b I_b - \gamma \alpha S_a I_a - dS_b \\ \frac{dI_b}{dt} &= \beta S_b I_b + \gamma \alpha S_a I_a - \alpha I_b + \alpha I_a - dI_b - \theta I_b \\ \frac{dA_b}{dt} &= \theta I_b - vA_b \end{aligned}$$

dengan S_i, I_i , dan A_i mewakili banyaknya populasi *susceptible*, *infective*, dan *AIDS* di kota i , $S_i, I_i, A_i \geq 0$ ($i=1,2$). Kedua kota diasumsikan identik, sehingga parameter yang digunakan di kedua kota sama. Parameter-parameter yang digunakan dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Deskripsi parameter-parameter

Parameter	Deskripsi
b	Laju kelahiran
d	Rate kematian alami
β	Rate penularan HIV
α	Rate perpindahan penduduk
γ	Rate penularan antarwilayah
θ	Rate perubahan dari HIV menjadi AIDS
v	Rate kematian akibat HIV/AIDS

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Titik Kesetimbangan

Berdasarkan perhitungan titik kesetimbangan diperoleh $\mathcal{R}_0 \leq 1$, maka model mempunyai titik kesetimbangan tunggal yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit

$$P_0 = \left(\frac{b}{d}, 0, 0, \frac{b}{d}, 0, 0\right).$$

Jika $\mathcal{R}_0 > 1$, selain mempunyai titik kesetimbangan bebas penyakit, model juga memiliki titik kesetimbangan endemi

$$P_* = (S_a, I_a, A_a, S_b, I_b, A_b),$$

dengan

$$\begin{aligned} S_a &= S_b = \frac{(d + \theta)}{(\beta + \gamma\alpha)} \\ I_a &= I_b = \frac{b(\beta + \gamma\alpha) - d^2 - \theta d}{(\beta + \gamma\alpha)(d + \theta)} \\ A_a &= A_b = \frac{\theta b(\beta + \gamma\alpha) - \theta d^2 - \theta^2 d}{v(\beta + \gamma\alpha)(d + \theta)} \end{aligned}$$

4.2. Kestabilan dan Bilangan Reproduksi Dasar

Matriks Jacobi untuk titik kesetimbangan bebas penyakit adalah

$$J(P_0) = \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}, \text{ dengan } A = \begin{pmatrix} -d & -\frac{(\beta + \gamma\alpha)b}{d} & 0 \\ 0 & \frac{(\beta + \gamma\alpha)b}{d} - (d + \theta) & 0 \\ 0 & \theta & -v \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berdasarkan sifat-sifat determinan diperoleh $\det(J(P_0) - \lambda I) = \det(A + B - \lambda I) \det(A - B - \lambda I)$, sehingga nilai eigen matriks $J(P_0)$ dapat diketahui dengan menganalisis nilai eigen matriks $A + B$ dan $A - B$. Dari analisis nilai eigen matriks $A + B$ dan $A - B$ tersebut dapat diperoleh

$$\lambda_1 = \lambda_4 = -d, \lambda_2 = \lambda_5 = -v, \lambda_3 = \lambda_6 = \frac{(\beta + \gamma\alpha)b}{d} - (d + \theta)$$

Misalkan nilai eigen $\lambda_3 = \lambda_6$ adalah

$$\frac{(\beta + \gamma\alpha)b}{d} - (d + \theta) < 0$$

maka

$$\begin{aligned} b(\beta + \gamma\alpha) - (d + \theta)d &< 0 \\ b(\beta + \gamma\alpha) &< (d + \theta)d \\ \frac{b(\beta + \gamma\alpha)}{(d + \theta)d} &< 1 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh bilangan reproduksi dasar

$$\mathcal{R}_0 = \frac{b(\beta + \gamma\alpha)}{(d + \theta)d}$$

disimpulkan jika $\lambda_3 = \lambda_6 < 0$ atau $\mathcal{R}_0 < 1$ maka :

1. Titik kesetimbangan bebas penyakit tersebut adalah stabil asimtotik.
2. Titik kesetimbangan endemik tidak ada karena nilai I_a, A_a, I_b, A_b bernilai negatif.

Matriks Jacobi untuk titik kesetimbangan endemi adalah $J(P_*) = \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}$, dengan

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{b(\beta + \gamma\alpha) - d^2 - \theta d}{(d + \theta)} - d & -(d + \theta) & 0 \\ \frac{b(\beta + \gamma\alpha) - d^2 - \theta d}{(d + \theta)} & 0 & 0 \\ 0 & \theta & -v \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Sehingga dapat dibentuk

$$A - B - \lambda I = A + B - \lambda I = \begin{pmatrix} -\frac{b(\beta + \gamma\alpha) - d^2 - \theta d}{(d + \theta)} - d - \lambda & -(d + \theta) & 0 \\ \frac{b(\beta + \gamma\alpha) - d^2 - \theta d}{(d + \theta)} & -\lambda & 0 \\ 0 & \theta & -v - \lambda \end{pmatrix}$$

Untuk menentukan nilai eigen, dapat dengan memisalkan matriks $A - B - \lambda I$ dan $A + B - \lambda I$.

Misalkan

$$A - B - \lambda I = \begin{bmatrix} A_{11} - \lambda & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} - \lambda & 0 \\ 0 & \theta & -\nu - \lambda \end{bmatrix}$$

Dengan ekspansi kofaktor, maka didapat $(-\nu - \lambda)[(A_{11} - k)(A_{22} - k) - A_{21}A_{12}] = 0$

Sehingga nilai eigen $\lambda_1 = -\nu$, λ_2 dan λ_3 adalah akar dari $A_{11}A_{22} - (A_{22} + A_{11})\lambda + \lambda^2 - A_{21}A_{12} = 0$

$$\lambda^2 - (A_{22} + A_{11})\lambda + A_{11}A_{22} - A_{21}A_{12} = 0$$

$$\lambda_2 + \lambda_3 = \frac{-b}{a} = A_{22} + A_{11} \rightarrow A_{22} + A_{11} < 0$$

$$\lambda_2 \cdot \lambda_3 = \frac{c}{a} = A_{11}A_{22} - A_{21}A_{12} \rightarrow A_{11}A_{22} - A_{21}A_{12} > 0$$

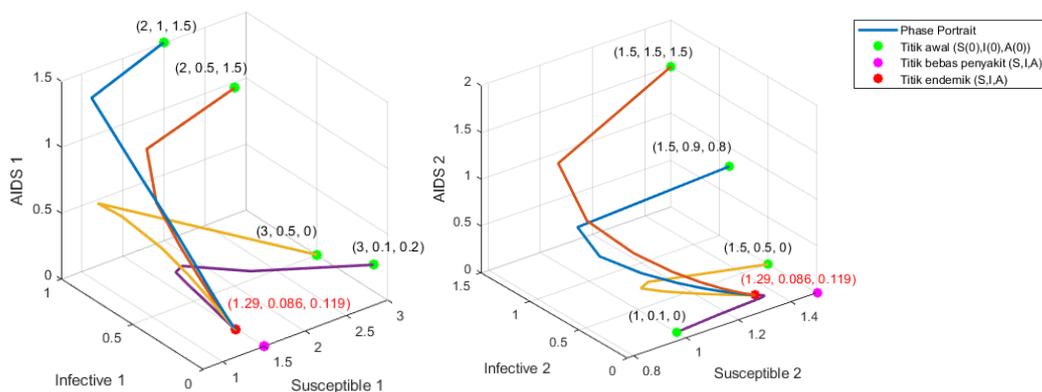
Dengan demikian jika λ_2, λ_3 bernilai positif, maka kemungkinan nilai λ_2 dan λ_3 adalah keduanya positif atau keduanya negatif. Sedangkan jika $\lambda_2 + \lambda_3$ bernilai negatif, maka kemungkinan nilai λ_2 dan λ_3 adalah keduanya negatif. Sehingga nilai λ_2 dan λ_3 yang memenuhi kedua syarat tersebut adalah keduanya bernilai negatif. Demikian juga dengan cara yang sama, dari matriks $A - B - \lambda I$ diperoleh λ_4, λ_5 dan λ_6 yang semuanya negatif.

Kesimpulan jika $\mathcal{R}_0 > 1$ maka :

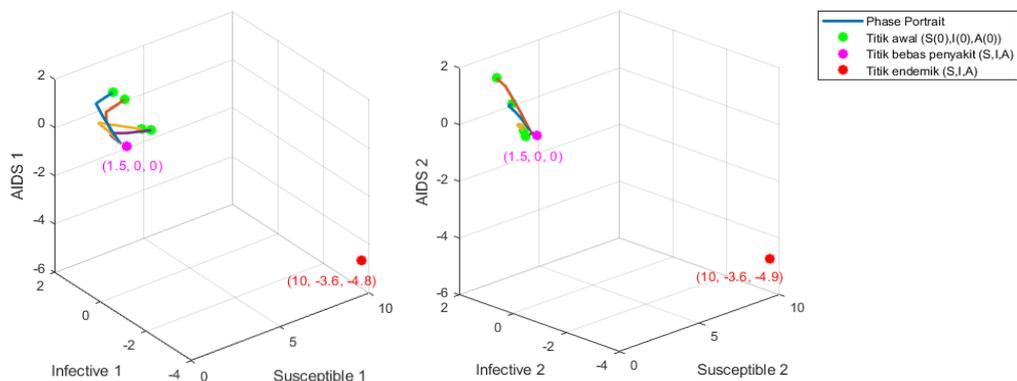
1. Titik kesetimbangan bebas penyakit tidak stabil.
2. Titik kesetimbangan endemik stabil asimtotik.

4.3. Simulasi Numerik

Dengan menggunakan parameter $b = 0.9, d = 0.6, \beta = 0.8, \alpha = 0.7, \gamma = 0.4, \theta = 0.8$ dan $\nu = 0.6$ diperoleh $\mathcal{R}_0 = 1.1571$, serta diperoleh $P_s = (1.29, 0.0066, 0.119, 1.29, 0.0066, 0.119)$. Hasil simulasi numerik ditampilkan pada Gambar 4. Dari Gambar 4 diketahui bahwa dengan empat nilai awal yang berbeda, populasi di kedua kota akan menuju ke titik kesetimbangan endemi, hal tersebut sesuai hasil analisis yang menyatakan jika $\mathcal{R}_0 > 1$ maka titik kesetimbangan endemi stabil.



Gambar 4. Potret fase untuk $\mathcal{R}_0 = 1.1571$



Gambar 5. Potret fase untuk $\mathcal{R}_0 = 0.15$

Syarat keberadaan dan kestabilan titik kesetimbangan bergantung pada angka reproduksi dasar (2), sehingga jika menggunakan nilai parameter yang sama, dengan mengubah nilai α dan β akan diperoleh \mathcal{R}_0 yang berbeda. Jika α diturunkan menjadi 0.1 dan β menjadi 0.1, maka diperoleh $\mathcal{R}_0 = 0.15$ dan titik kesetimbangan $P_0 = (1.5, 0, 0, 1.5, 0, 0)$, sedangkan titik kesetimbangan P_* tidak ada, dengan kata lain keadaannya berubah menjadi bebas penyakit. Hal tersebut menunjukkan bahwa perubahan α dan β dapat mengubah keadaan atau dinamika penyakit menular. Hasil simulasi numerik untuk $\mathcal{R}_0 = 0.15$ ditampilkan pada Gambar 5. Dari Gambar 5 diketahui bahwa populasi di kedua kota stabil di P_0 , sehingga sesuai dengan hasil analisis yang menyatakan jika $\mathcal{R}_0 < 1$ maka titik kesetimbangan bebas penyakit stabil.

5. KESIMPULAN

Perubahan kestabilan atau dinamika penyakit menular HIV/AIDS di kabupaten Bojonegoro dipengaruhi oleh perpindahan penduduk antar kota. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan dalam penelitian ini diperoleh hasil yaitu :

1. Dari model yang dikonstruksi diperoleh dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit P_0 dan titik kesetimbangan endemik P_* .
2. Bilangan reproduksi dasar \mathcal{R}_0 menentukan eksistensi dan jenis kestabilan titik kesetimbangan. Jika $\mathcal{R}_0 < 1$ maka hanya terdapat satu titik kesetimbangan bebas penyakit yang stabil. Jika $\mathcal{R}_0 > 1$ maka terdapat dua titik kesetimbangan, titik kesetimbangan bebas penyakit yang tidak stabil, dan titik kesetimbangan endemik yang stabil.
3. Berdasarkan bilangan reproduksi dasar dapat diketahui mekanisme dalam pencegahan wabah HIV/AIDS, yaitu dengan membuat bilangan reproduksi dasar kurang dari satu. Untuk membuat kondisi $\mathcal{R}_0 < 1$ dilakukan dengan menurunkan rate penularan HIV dan rate perpindahan penduduk.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis berterima kasih kepada Direktorat Riset dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Ristekdikti yang telah memberikan dana penelitian sehingga penelitian ini dapat berjalan lancar sesuai dengan rencana.

REFERENSI

- [1] Anonimus, 2007. *Apakah AIDS Itu?*. (<http://spiritia.or.id/li/bacali.php?lino=101>, diakses 20 Januari 2017). Yayasan Spiritia.
- [2] Infodatin. 2016. *Situasi Penyakit HIV AIDS di Indonesia*. Pusat Data dan Informasi Kementerian kesehatan RI : Jakarta Selatan.
- [3] Dinkes Kab.Bojonegoro. 2016. *Profil Kesehatan Kabupaten Bojonegoro Tahun 2015*. Bojonegoro.
- [4] Wan, H. dan J. Cui. 2007. An SEIS Epidemic Model with Transport-Related Infection. *Journal of Theoretical Biology*. Volume 247(3) : 507-724.
- [5] Jiang, D., C. Ji, N. Shi, dan J. Yu. 2010. The Long Time Behavior of DI SIR Epidemic Model with Stochastic Perturbation. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. Volume 372 : 162-180.
- [6] Marsudi, M. dan R.B.E. Wibowo. 2013. Model Matematika Penyebaran HIV/AIDS dengan Edukasi Kesehatan. *Natural B*. Volume 2(1).
- [7] Eduafo, S., I. K. Adu, F. T. Oduro, dan I. O. Darko. 2015. An SIA Model of HIV Transmission in Ghana. *International Mathematical Forum*. Volume 10(2) : 95-104.