

## Desain *Petri Net* dan Aplikasi Aljabar *Max-Plus* Pada Produksi Susu Kedelai Berkah

Dewi Nurmalitasari, S.Pd., M.Si, Ratna Eka Iswahyuni, S.Pd., M.Pd  
Jurusan Pendidikan Matematika, STKIP PGRI Pasuruan  
dewinurmalitasari31@gmail.com, ratnaeka18@gmail.com

---

### Info Artikel

#### Riwayat Artikel:

Diterima: 21 Oktober 2019  
Direvisi: 18 November 2019  
Diterbitkan: 15 Januari 2020

#### Kata Kunci:

Susu Kedelai  
Petri Net  
Aljabar Max-plus

### ABSTRAK

Susu kedelai yang memiliki banyak manfaat bagi kesehatan tubuh sehingga menciptakan peluang usaha bagi usaha rumahan untuk bersaing memproduksi sekaligus memasarkan susu kedelai buatannya. Semakin banyaknya pesanan susu kedelai yang di pasarkan, membuat pengusaha susu kedelai harus memproduksi susu kedelai dalam jumlah banyak agar memperoleh keuntungan. Namun, dengan semakin banyaknya pesanan yang didapatkan, pengusaha mengalami kesulitan mengestimasi waktu proses produksi setiap tahapannya apalagi saat proses produksi dilaksanakan bersamaan. Sehingga diperlukan estimasi penjadwalan tiap proses produksi. Permasalahan tersebut dapat dimodelkan dengan *Petri Net* dan didapatkan hasil alur *Petri Net* yang dibuat tidak dijumpai *deadlock* dan dianalisis menggunakan *coverability tree* dan didapatkan model matematika yang dianalisis dengan menggunakan Aljabar Max-plus untuk mengestimasi proses produksi. Hasil dari alur *Petri Net* yang didesain dan dihitung menghasilkan alur yang *liveness* serta waktu penjadwalan akhir produksi susu kedelai yaitu 882 menit.

Copyright © 2019 SIMANIS.  
All rights reserved.

---

### Korespondensi:

Dewi Nurmalitasari, S.Pd.,  
Jurusan Pendidikan Matematika,  
STKIP PGRI Pasuruan  
dewinurmalitasari31@gmail.com

---

## 1. PENDAHULUAN

Beragam pilihan produk minuman yang memiliki kandungan protein nabati seperti susu yang ditawarkan sebagai alternatif pengganti susu sapi yang memiliki kandungan protein hewani. Namun tidak semua susu protein nabati yang memiliki kandungan yang sama dengan susu sapi. Susu kedelai merupakan alternatif pilihan masyarakat dalam memenuhi kebutuhan pengganti susu sapi dikarenakan kandungan proteinnya hampir setara dengan susu sapi. Susu kedelai merupakan susu protein nabati yang aman dikonsumsi oleh semua kalangan terutama penderita alergi susu sapi selain itu harganya lebih murah dibandingkan dengan susu sapi. Susu kedelai memiliki banyak manfaat yaitu lemak, karbohidrat, protein, kalsium, zat besi, provitamin A, vitamin B kompleks (kecuali B12) sehingga aman dikonsumsi oleh semua kalangan [1]. Pada pembuatan susu kedelai, terdapat tahapan-tahapan proses yang memerlukan waktu yang cukup lama dari proses perendaman kacang kedelai hingga menjadi susu kedelai. Estimasi waktu yang tepat sangat dibutuhkan oleh pemilik usaha baik setiap proses produksi atau estimasi waktu selesainya tahapan proses susu kedelai. Terlebih lagi saat banyaknya permintaan susu kedelai yang mengakibatkan perlunya ketepatan waktu proses produksi agar waktu yang diestimasi sesuai dengan waktu penjadwalan sehingga tidak terjadi ketidakteraturan dalam optimasi waktu produksi. Penerapan ilmu matematika seperti Aljabar *Max-Plus* dan *Petri Net* dapat diterapkan pada berbagai macam bidang seperti penjadwalan suatu sistem seperti penjadwalan penggunaan kelas laboratorium [2], penjadwalan sistem pelayanan pendaftaran UAS [3], sedangkan penjadwalan pada mode

transportasi [4], bahkan dapat diterapkan pada penjadwalan di bidang industri pangan seperti penjadwalan pemesanan bakpia pathok [1], produksi kemasan gelas [6], dan industri mebel [7]. Pada kesempatan kali ini, peneliti ingin meneliti pada bidang industri pangan seperti sistem produksi susu kedelai sehingga didapatkan model matematika dan dapat ditentukan estimasi lamanya proses pembuatan susu kedelai dari awal produksi sampai akhir produksi. Sehingga penulis tertarik untuk melakukan penelitian yang berjudul “Desain *Petri Net* dan Aplikasi Aljabar *Max-Plus* Pada Produksi Susu Kedelai Berkah”.

## 2. METODE PENELITIAN

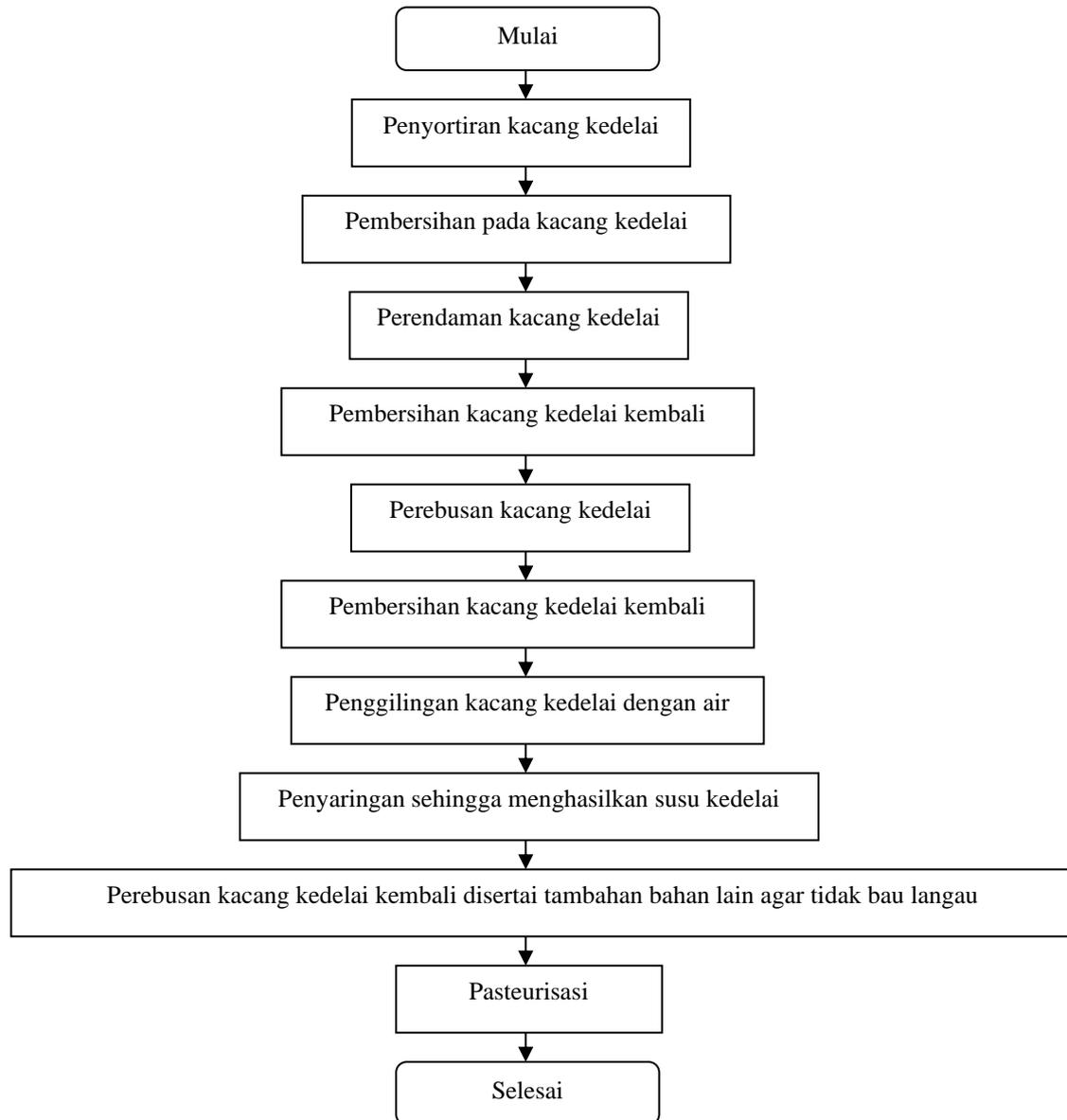
Penelitian ini menggunakan data sistem produksi susu kedelai berkah. Teknik pengumpulan data yang digunakan yaitu wawancara dan observasi. Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. Studi Literatur  
Pada tahap ini diawali dengan mempelajari referensi penunjang penelitian baik teori Aljabar Max-Plus dan Petri Net yang didapat dari buku-buku literatur, jurnal ilmiah dari internet.
- b. Mengumpulkan data  
Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data primer yang diperlukan seperti data proses produksi susu kedelai beserta waktu pada setiap tahapan produksi.
- c. Menyusun Alur Petri Net  
Pada tahap ini akan dilakukan penyusunan alur Petri Net dari data yang telah diperoleh sebelumnya yaitu data proses produksi susu kedelai.
- d. Membuat model Aljabar Max Plus.  
Pada tahap ini membuat model proses produksi susu kedelai menggunakan model Aljabar Max Plus
- e. Simulasi dan hasil  
Pada tahap ini, model proses produksi susu kedelai yang telah diperoleh kemudian disimulasikan menggunakan perangkat lunak *Pipe 4.3.0* dan software *Scilab 5.4.0* sehingga diperoleh penjadwalan waktu sehingga lebih lanjut akan dapat memperoleh berapa waktu proses pembuatan susu kedelai.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada produksi susu kedelai yang diproduksi oleh usaha dari Bapak Sukasno memproduksi susu kedelai plain dan varian rasa seperti rasa coklat dan strawberry. Tahap awal proses pembuatannya yaitu bermula pada: 1) penyortiran kedelai yang bertujuan untuk memisahkan kedelai dengan bahan campuran lain seperti batu dan kotoran serta bertujuan untuk mengambil kedelai yang baik dan layak untuk dijadikan susu kedelai, 2) pembersihan kedelai bertujuan untuk membersihkan kedelai sebelum diproduksi ke tahap selanjutnya, 3) perendaman kedelai yang 4) dicuci kembali, 5) perebusan, 6) pembilasan dengan air bersih, 7) penggilingan, 8) penyaringan sehingga menghasilkan susu kedelai, 9) perebusan kembali agar bau langau hilang, dan 10) dipasteurisasi, kemudian susu kedelai siap diberi rasa dan kemudian siap untuk dikemas.

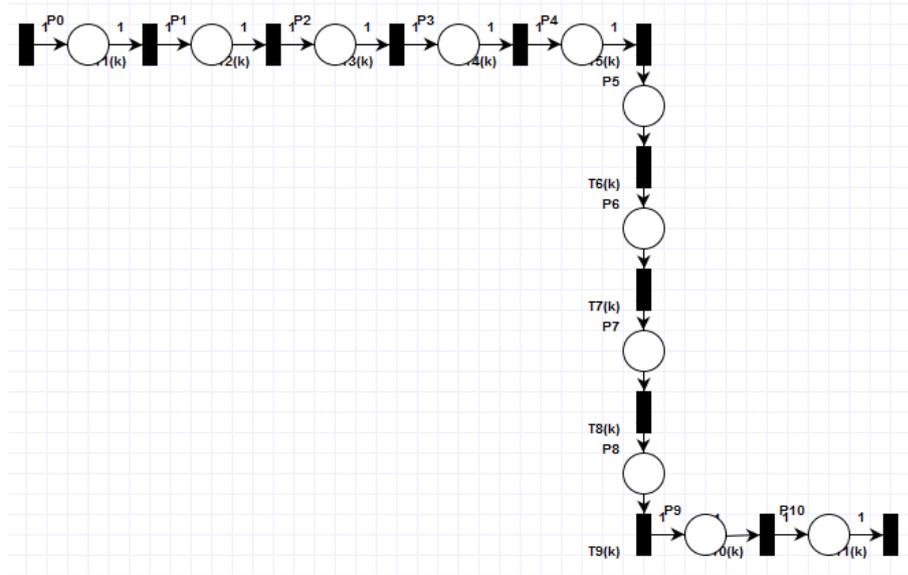
Berikut ini disajikan alur proses pembuatan susu kedelai :



**Gambar 3.1 Diagram Alur Pembuatan Susu Kedelai**

**a. Petri Net Alur Pembuatan Susu Kedelai**

Pada alur pembuatan susu kedelai dapat dibuat alur *Petri Net* yang memuat variabel *transisi* dan *place*. Pada pemodelan *Petri Net* ini bobot yang digunakan yaitu lama waktu yang dibutuhkan setiap proses produksi susu kedelai. Berikut alur *Petri Net* sistem produksi susu kedelai yang direpresentasikan melalui software PIPE 4.3.0



**Gambar 3.2 Desain Petri Net Pada Alur Produksi Susu Kedelai Pada Saat ke- $k$**

Berikut ini disajikan keterangan variabel-variabel yang menunjukkan waktu, sebagai berikut:

$T_0(k)$  = Waktu produksi akan dimulai saat ke- $k$

$T_1(k)$  = Waktu proses penyortiran kacang kedelai saat ke- $k$

$T_2(k)$  = Waktu proses pembersihan kacang kedelai saat ke- $k$

$T_3(k)$  = Waktu proses perendaman kacang kedelai saat ke- $k$

$T_4(k)$  = Waktu proses pembersihan kacang kedelai yang kedua saat ke- $k$

$T_5(k)$  = Waktu proses perebusan kacang kedelai saat ke- $k$

$T_6(k)$  = Waktu proses pembersihan kacang kedelai yang ketiga saat ke- $k$

$T_7(k)$  = Waktu proses penggilingan kacang kedelai dengan air saat ke- $k$

$T_8(k)$  = Waktu proses penyaringan sehingga menghasilkan susu kedelai saat ke- $k$

$T_9(k)$  = Waktu proses perebusan kacang kedelai disertai tambahan bahan lainnya saat ke- $k$

$T_{10}(k)$  = Waktu proses pasteurisasi saat ke- $k$

$T_{11}(k)$  = Waktu proses selesai saat ke- $k$

Adapun variabel-variabel yang menunjukkan lama waktu dalam menjalankan setiap prosesnya adalah:

$v_{T_0,k}$  = lamanya proses produksi akan dimulai

$v_{T_1,k}$  = lamanya proses penyortiran kacang kedelai

$v_{T_2,k}$  = lamanya proses pembersihan kacang kedelai

$v_{T_3,k}$  = lamanya proses perendaman kacang kedelai

$v_{T_4,k}$  = lamanya proses pembersihan kacang kedelai yang kedua

$v_{T_5,k}$  = lamanya proses perebusan kacang kedelai

$v_{T_6,k}$  = lamanya proses pembersihan kacang kedelai yang ketiga

$v_{T_7,k}$  = lamanya proses penggilingan kacang kedelai dengan air

$v_{T_8,k}$  = lamanya proses penyaringan sehingga menghasilkan susu kedelai

$v_{T_9,k}$  = lamanya proses perebusan kacang kedelai disertai tambahan bahan lainnya

$v_{T_{10},k}$  = lamanya proses pasteurisasi

$v_{T_{11},k}$  = lamanya proses akhir sampai selesai

Dari gambar 3.1 dapat dilihat bahwa terdapat 12 transisi dan 12 place. Transisi bermula dari transisi  $T_0$  hanya terhubung pada place  $P_0$  yaitu proses dimulai dan menunggu proses mempersiapkan kacang kedelai.  $T_0$  selalu *enable* dan dapat *difire* sehingga token berpindah ke  $P_0$ . Setelah token berpindah ke  $P_0$ , ada transisi yang dapat *difire*, yaitu  $T_1$  yang berarti bahwa proses penyortiran kacang kedelai. Transisi  $T_1$  hanya terhubung pada place  $P_1$  ketika  $T_1$  dapat *difire* maka token akan berpindah ke  $P_1$  yang berarti bahwa setelah proses penyortiran kacang kedelai maka proses selanjutnya yaitu menunggu proses penyortiran kacang kedelai. Setelah token terisi pada  $P_1$ , maka transisi  $T_2$  dapat *difire* dan token akan berpindah pada place  $P_2$ . Jika transisi  $T_2$  dipilih yaitu proses pembersihan kacang kedelai maka token berpindah dari transisi  $T_2$  ke  $P_2$  yang berarti bahwa

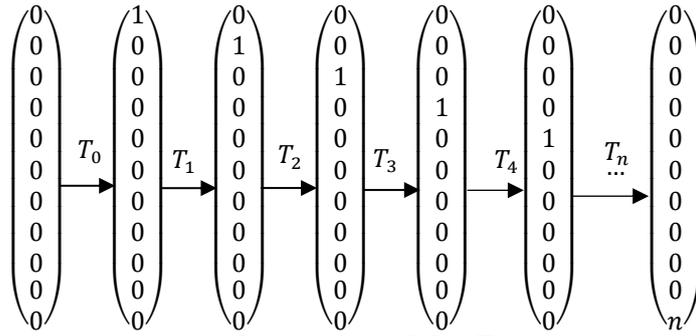
setelah proses pembersihan kacang kedelai, proses selanjutnya adalah menunggu proses pembersihan kacang kedelai. Setelah token terisi  $P_2$  maka transisi  $T_3$  dapat *difire* dan token akan berpindah dari place  $P_2$  ke place  $P_3$  yaitu menunggu proses perendaman susu kedelai. Pada saat token berada di place  $P_3$  transisi  $T_4$  dapat *difire* dan token berpindah ke  $P_4$  yang berarti setelah dilakukan proses pembersihan kacang kedelai yang kedua maka proses selanjutnya adalah proses menunggu pembersihan kacang kedelai yang kedua. Ketika token berada di place  $P_4$ , transisi  $T_5$  dapat *difire* dan token berpindah ke place  $P_5$  yang berarti bahwa setelah proses perebusan kacang, maka proses selanjutnya adalah menunggu proses perebusan kacang. Setelah token berpindah ke token  $P_5$ , transisi  $T_6$  dapat *difire* dan token akan berpindah ke place  $P_6$  yang berarti bahwa proses pembersihan kacang kedelai yang ketiga dan proses selanjutnya adalah menunggu proses pembersihan kacang kedelai. Setelah itu, place  $P_6$  pindah ke transisi  $T_7$  dan dapat *difire* sehingga token pindah ke place  $P_7$  yang berarti proses penggilingan kacang kedelai dengan air maka proses selanjutnya adalah menunggu proses penggilingan kacang kedelai dengan air. Setelah token berpindah ke token  $P_7$ , transisi  $T_8$  dapat *difire* dan token akan berpindah ke place  $P_8$  yang berarti bahwa proses penyaringan sehingga menghasilkan susu kedelai maka proses selanjutnya adalah menunggu proses penyaringan sehingga menghasilkan susu kedelai. Setelah token berpindah ke token  $P_8$ , transisi  $T_9$  dapat *difire* dan token akan berpindah ke place  $P_9$  yang berarti bahwa proses perebusan susu kedelai disertai dengan tambahan bahan lainnya maka proses selanjutnya adalah menunggu proses perebusan susu kedelai disertai dengan tambahan bahan lainnya. Setelah token berpindah ke token  $P_9$ , transisi  $T_{10}$  dapat *difire* dan token akan berpindah ke place  $P_{10}$  yang berarti bahwa proses pasteurisasi susu kedelai maka proses selanjutnya adalah menunggu proses pasteurisasi. Setelah token berpindah ke token  $P_{10}$ , transisi  $T_{11}$  dapat *difire* dan jika *difire* maka berarti proses selesai. Dari alur *Petri Net* yang telah dibuat seperti pada gambar 3.1, maka didapatkan matriks forward dan matriks backward sebagai berikut ini:

$$\text{Matriks Forward, } I^+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Matriks Backward, } I^- = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Matriks Incidence, } IO = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

maka akan didapatkan hubungan sebagai berikut ini yang disajikan dalam *coverability tree*:



Gambar 3.2 Coverability Tree

Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa nilai matriks tidak pernah menjadi matriks nol, demikian dapat disimpulkan bahwa alur *Petri Net* yang dibuat tidak *deadlock* dikarenakan setiap matriks *kolom* dari himpunan transisi tidak ada yang bernilai matriks nol dan terjadi *looping*.

### b. Aljabar Max Plus Pada Produksi Susu Kedelai

Untuk mengetahui lama waktu dan waktu berakhirnya produksi susu kedelai, maka model alur *Petri Net* dari sistem produksi susu kedelai diselesaikan dengan model aljabar *Max Plus* yang sebelumnya terlebih dahulu diberikan definisi variabel-variabel yang digunakan dalam model *Petri Net* yang telah dibuat.

Variabel-variabel tersebut digunakan untuk membentuk model aljabar *Max Plus* yang disajikan sebagai berikut sesuai teori aljabar max-plus oleh subiono [8]:

$$T_0(k) = v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)$$

$$T_1(k) = v_{T_1,k} \otimes T_0(k)$$

$$= v_{T_1,k} \otimes (v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1))$$

$$= v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)$$

$$T_2(k) = v_{T_2,k} \otimes T_1(k)$$

$$= v_{T_2,k} \otimes (v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1))$$

$$= v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)$$

$$T_3(k) = v_{T_3,k} \otimes T_2(k)$$

$$= v_{T_3,k} \otimes (v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1))$$

$$= v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)$$

$$T_4(k) = v_{T_4,k} \otimes T_3(k)$$

$$= v_{T_4,k} \otimes (v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1))$$

$$= v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)$$

$$T_5(k) = v_{T_5,k} \otimes T_4(k)$$

$$= v_{T_5,k} \otimes (v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1))$$

$$= v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)$$

$$T_6(k) = v_{T_6,k} \otimes T_5(k)$$

$$= v_{T_6,k} \otimes (v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1))$$

$$= v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)$$

$$T_7(k) = v_{T_7,k} \otimes T_6(k)$$

$$= \otimes (v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1))$$

$$= v_{T_7,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)$$

$$T_8(k) = v_{T_8,k} \otimes T_7(k)$$

$$= v_{T_8,k} \otimes (v_{T_7,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1))$$

$$= v_{T_8,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)$$

$$T_9(k) = v_{T_9,k} \otimes T_8(k)$$

$$= v_{T_9,k} \otimes (v_{T_8,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1))$$

$$= v_{T_9,k} \otimes v_{T_8,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)$$

$$T_{10}(k) = v_{T_{10},k} \otimes T_9(k)$$

$$\begin{aligned}
 &= v_{T_{10},k} \otimes (v_{T_9,k} \otimes v_{T_8,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)) \\
 &= v_{T_{10},k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_8,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1) \\
 T_{11}(k) &= v_{T_{11},k} \otimes T_{10}(k) \\
 &= v_{T_{11},k} \otimes (v_{T_{10},k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_8,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)) \\
 &= v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{10},k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_8,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_1,k} \otimes v_{T_0,k} \otimes T_0(k-1)
 \end{aligned}$$

sehingga diperoleh jadwal lamanya pelayanan

$$\begin{pmatrix} T_0(0) \\ T_1(0) \\ T_2(0) \\ T_3(0) \\ T_4(0) \\ T_5(0) \\ T_6(0) \\ T_7(0) \\ T_8(k) \\ T_9(k) \\ T_{10}(k) \\ T_{11}(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & \varepsilon \\ b & \varepsilon \\ c & \varepsilon \\ d & \varepsilon \\ e & \varepsilon \\ f & \varepsilon \\ g & \varepsilon \\ h & \varepsilon \\ i & \varepsilon \\ j & \varepsilon \\ k & \varepsilon \\ l & \varepsilon \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} T_0(k-1) \\ T_0(k) \\ T_1(k) \\ T_2(k) \\ T_3(k) \\ T_4(k) \\ T_5(k) \\ T_6(k) \\ T_7(k) \\ T_8(k) \\ T_9(k) \\ T_{10}(k) \end{pmatrix}$$

Dengan nilai:

$$\begin{aligned}
 a &= v_{T_0,k} \\
 b &= a \otimes v_{T_1,k} \\
 c &= b \otimes v_{T_2,k} \\
 d &= c \otimes v_{T_3,k} \\
 e &= d \otimes v_{T_4,k} \\
 f &= e \otimes v_{T_5,k} \\
 g &= f \otimes v_{T_6,k} \\
 h &= g \otimes v_{T_7,k} \\
 i &= h \otimes v_{T_8,k} \\
 j &= i \otimes v_{T_9,k} \\
 k &= j \otimes v_{T_{10},k} \\
 l &= k \otimes v_{T_{11},k}
 \end{aligned}$$

Selanjutnya misalkan diberikan lamanya waktu proses (dalam menit) tiap tahap maka akan diperoleh hasil sebagai berikut ini:

$$\begin{aligned}
 T_0(k-1) &= T_0^*(0) \\
 v_{T_0,k} &= 2 \\
 v_{T_1,k} &= 15 \\
 v_{T_2,k} &= 15 \\
 v_{T_3,k} &= 720 \\
 v_{T_4,k} &= 10 \\
 v_{T_5,k} &= 15 \\
 v_{T_6,k} &= 10 \\
 v_{T_7,k} &= 20 \\
 v_{T_8,k} &= 15 \\
 v_{T_9,k} &= 30 \\
 v_{T_{10},k} &= 15 \\
 v_{T_{11},k} &= 15
 \end{aligned}$$

$$\text{Dengan keadaan awal} \begin{pmatrix} T_0^*(0) \\ T_0(0) \\ T_1(k) \\ T_2(k) \\ T_3(k) \\ T_4(k) \\ T_5(k) \\ T_6(k) \\ T_7(k) \\ T_8(k) \\ T_9(k) \\ T_{10}(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sehingga didapatkan

$$\begin{pmatrix} T_0(1) \\ T_1(1) \\ T_2(1) \\ T_3(1) \\ T_4(1) \\ T_5(1) \\ T_6(1) \\ T_7(1) \\ T_8(1) \\ T_9(1) \\ T_{10}(1) \\ T_{11}(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \varepsilon \\ 17 & \varepsilon \\ 32 & \varepsilon \\ 752 & \varepsilon \\ 762 & \varepsilon \\ 777 & \varepsilon \\ 787 & \varepsilon \\ 807 & \varepsilon \\ 822 & \varepsilon \\ 852 & \varepsilon \\ 867 & \varepsilon \\ 882 & \varepsilon \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 17 \\ 32 \\ 752 \\ 762 \\ 777 \\ 787 \\ 807 \\ 822 \\ 852 \\ 867 \\ 882 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan hasil perhitungan tersebut dapat diperoleh bahwa  $T_0(1) = 2$  menit menunjukkan bahwa waktu memulai proses pertama yaitu 2 menit,  $T_1(1) = 17$  menit menunjukkan bahwa waktu penyortiran kacang kedelai yaitu 17 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_2(1) = 32$  menit menunjukkan bahwa waktu saat pembersihan kacang kedelai yaitu 32 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_3(1) = 752$  menit menunjukkan bahwa waktu perendaman kacang kedelai yaitu 752 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_4(1) = 762$  menit menunjukkan bahwa waktu pencucian kacang kedelai tahap kedua yaitu 762 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_5(1) = 777$  menit menunjukkan bahwa waktu perebusan kacang kedelai yaitu 777 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_6(1) = 787$  menit yaitu waktu pembersihan kacang kedelai tahap ketiga adalah 787 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_7(1) = 807$  menit yaitu waktu penggilingan kacang kedelai adalah 807 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_8(1) = 822$  menit yaitu waktu penyaringan sehingga menghasilkan susu kedelai adalah 822 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_9(1) = 852$  menit yaitu waktu perebusan susu kedelai adalah 852 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_{10}(1) = 867$  menit yaitu waktu pasteurisasi adalah 867 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_{11}(1) = 882$  menit yaitu waktu tahap selesai adalah 882 menit setelah waktu memulai proses pertama.

#### 4. KESIMPULAN

Dari gambar *coverability tree* dan hasil matriks yang diperoleh yaitu nilai matriks tidak pernah menjadi matriks nol, demikian dapat disimpulkan bahwa alur *Petri Net* yang dibuat tidak *deadlock* dikarenakan setiap matriks kolom dari himpunan transisi tidak ada yang bernilai matriks nol dan terjadi *looping*.  $T_0(1) = 2$  menit menunjukkan bahwa waktu memulai proses pertama yaitu 2 menit,  $T_1(1) = 17$  menit menunjukkan bahwa waktu penyortiran kacang kedelai yaitu 17 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_2(1) = 32$  menit menunjukkan bahwa waktu saat pembersihan kacang kedelai yaitu 32 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_3(1) = 752$  menit menunjukkan bahwa waktu perendaman kacang kedelai yaitu 752 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_4(1) = 762$  menit menunjukkan bahwa waktu pencucian kacang kedelai tahap kedua yaitu 762 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_5(1) = 777$  menit menunjukkan bahwa waktu perebusan kacang kedelai yaitu 777 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_6(1) = 787$  menit yaitu waktu pembersihan kacang kedelai tahap ketiga adalah 787 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_7(1) = 807$  menit yaitu waktu penggilingan kacang kedelai adalah 807 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_8(1) = 822$  menit yaitu waktu penyaringan sehingga menghasilkan susu kedelai adalah 822 menit

setelah waktu memulai proses pertama,  $T_9(1) = 852$  menit yaitu waktu perebusan susu kedelai adalah 852 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_{10}(1) = 867$  menit yaitu waktu pasteurisasi adalah 867 menit setelah waktu memulai proses pertama,  $T_{11}(1) = 882$  menit yaitu waktu tahap selesai adalah 882 menit setelah waktu memulai proses pertama.

## 5. UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat Direktorat Jenderal Penguatan Riset dan Pengembangan Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi atas bantuan biaya pada skim penelitian Hibah Penelitian Dosen Pemula (PDP).

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Picauly, Priscillia, dkk. (2015). Pengaruh Penambahan Air Pada Pengolahan Susu Kedelai. *Jurnal Agritekno Vol. 4 No.1*, 4–13.
- [2] Hasanah, Uswa., Putrawangsa, Susilahudin. (2017). Penggunaan Aljabar Maxplus Dalam Pembentukan Model Matematis Pada Sistem Penjadwalan Praktikum Laboratorium. *Jurnal Beta vol. 10*, 51–69.
- [3] Nurmalitasari, Dewi, Maya Rayungsari. (2018). Model Aljabar Max Plus dan Petri Net Pada Sistem Pelayanan Pendaftaran Ujian Akhir Semester. *Jurnal Aksioma Vol. 9 No. 2*. 47–56.
- [4] Putri, Rani Kurnia, Sari Cahyaningtiyas. (2017). Universitas PGRI Adi Buana. Desain Petri-Net Untuk Mengintegrasikan Tiga Moda Transportasi Yang Menghubungkan Surabaya-Denpasar. *Didaktika*, 61–68.
- [5] Pramesthi, Sri Rejeki Puri Wahyu. (2017). Terapan Aljabar Max-Plus Pada Sistem Proses Produksi Gelas. *Jurnal Widyaloka Vol. 4 No. 2*, 223–239.
- [6] Rafflesia, Ulfasari. (2012). Penerapan Aljabar Max-Plus Pada Sistem Produksi Meubel Rotan. *Jurnal Gradien Vol. 8 No. 1*, 77–779.
- [7] Subiono. (2015). Aljabar Min-Max Plus Dan Terapannya. *Buku Ajar Mata Kuliah Pilihan Pasca Sarjana Matematika*, 1–165.