

## Representasi Interval pada Garis Bilangan sebagai Alat Bantu untuk Menyelesaikan Soal Operasi Himpunan

Nia Wahyu Damayanti  
 Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Wisnuwardhana Malang  
 e-mail: wahyu\_nia07@yahoo.co.id

**Abstract.** This study aims to describe the representations made by students regarding intervals with the scaffolding of number lines. The making of number lines aims to bridge students' understanding of abstract mathematical concepts. This research was a qualitative descriptive study. The research subjects were students of mathematics education study programs who took the Basic Mathematics course in the first semester. Data was collected by giving questions about set operations involving intervals. The results showed students made an interval representation on the number line. Number lines can help them to find the results of set operations in the form of intersection and union. Some students also point out misrepresentations made on the number line. Results in errors from the results obtained. Visual representation becomes important in mathematics learning, which involves many abstract concepts.

**Keywords.** *Representation, number line, operation on set*

**Abstrak.** Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan representasi yang dibuat oleh siswa mengenai interval dengan bantuan garis bilangan. Pembuatan garis bilangan bertujuan untuk menjembatani pemahaman siswa menuju konsep matematika yang abstrak. Penelitian ini termasuk penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian adalah mahasiswa program studi pendidikan matematika yang menempuh mata kuliah Matematika Dasar pada semester pertama. Pengambilan data dilakukan dengan pemberian soal mengenai operasi himpunan yang melibatkan selang. Hasil penelitian menunjukkan mahasiswa membuat representasi selang pada garis bilangan. Garis bilangan dapat membantu mereka untuk dapat menemukan hasil dari operasi himpunan yang berupa intersection dan union. Beberapa mahasiswa juga menunjukkan kesalahan representasi yang dibuat pada garis bilangan. Hal ini mengakibatkan kesalahan dari hasil yang diperoleh. Representasi visual menjadi hal yang penting dalam pembelajaran matematika yang banyak melibatkan konsep yang abstrak.

**Kata kunci.** *Representasi, garis bilangan, operasi pada himpunan*

### 1. PENDAHULUAN

Himpunan merupakan salah satu konsep yang menjadi pondasi esensial dalam matematika. Materi fungsi dan barisan juga didasari dengan materi himpunan. Senada pada bilangan real, himpunan juga dapat dioperasikan. Operasi pada himpunan diantaranya meliputi *union*, *intersection*, *difference*, *complement* dan *symmetric difference*. Pada penelitian ini memfokuskan pada operasi *union* dan *intersection*. Konsep awal operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan tidak terlepas dari konsep himpunan (Walle, 1990). Representasi merupakan salah satu standar dalam pendidikan matematika (NCTM, 2000). Representasi merupakan suatu alat yang digunakan untuk membantu pemahaman siswa. Salah satu manifestasi dari representasi adalah *visual representation*. Dalam pengembangan suatu representasi hal ini dapat berkaitan dengan *motoric skill* seorang siswa. Misalnya ketika siswa menggambar garis bilangan. Aktivitas menggambar merupakan aktivitas yang berkaitan dengan *motoric skill*. Aktivitas yang berkaitan dengan *motoric skill* berhubungan dengan kemampuan berpikir seorang siswa (Damayanti, 2018). Hal ini berarti terdapat kaitan antara representasi dan kemampuan berpikir seorang siswa. Dalam mengomunikasikan ide matematis, berbagai jenis representasi dapat digunakan, misalnya berupa kata-kata, gambar, tabel, skema dan bahasa simbolik (Montenegro, dkk, 2018). Siswa membuat representasi notasi

variabel untuk menggambarkan *algebraic ideas* dalam proses pemahaman mengenai konsep aljabar (Brizuela, dkk, 2015). Representasi dapat berperan sebagai perantara dalam pemahaman konsep matematika yang abstrak. Kemampuan dalam membuat representasi terjadi pada masa *preschool*. Anak-anak dapat membuat representasi non simbolik tentang bilangan (Batchelor, dkk, 2015). Representasi juga dapat muncul dalam proses generalisasi siswa terhadap suatu konsep matematika (Wilkie, 2016). Representasi juga dapat muncul secara spontan dalam penggunaan bentuk geometris sebagai pemahaman intuitif pada *young children* (Villaruel & Ortega, 2017).

Penggunaan berbagai representasi sebagai perantara dalam pembelajaran matematika, tidak selalu menjamin pemahaman siswa (Moon, dkk, 2013). Beberapa ahli menyatakan bahwa pembuatan representasi gambar tidak selalu dapat membantu pemahaman siswa. Kesalahan dalam pembuatan representasi gambar akan berpengaruh terhadap penalaran siswa (Jones, 2017). Senada dengan Lieshout (2018) menyatakan bahwa representasi gambar tidak selalu dapat membantu dalam pemahaman konsep matematika. Pengetahuan guru dalam hal pembuatan representasi merupakan hal yang esensial. Apabila guru dapat mengarahkan siswa dengan tepat dan memiliki pemahaman yang baik dalam menciptakan suatu *sense* pembuatan representasi maka hal ini dapat membantu siswa untuk memahami konsep matematika (Lee, 2011). Representasi visual yang tepat digunakan dalam pembelajaran dapat membantu siswa dalam menyelesaikan *word problem* (Jitendra & Woodward, 2019). Garis bilangan merupakan salah satu alat yang mendukung representasi dalam *counting number* (Musser, 2006). Operasi pada bilangan bulat seperti penjumlahan dan pengurangan juga dapat menggunakan garis bilangan sebagai konsep awal dalam membangun pemahaman siswa (Jones, 2011). Konsep interval juga merupakan salah satu bentuk dari representasi suatu himpunan bilangan real. Salah satu penggunaan konsep interval yaitu pada penyelesaian pertidaksamaan linear (Purcell, 2010). Misalnya  $a < x$  dan  $x < b$ , hal ini menggambarkan interval buka yang terdiri dari semua bilangan diantara  $a$  dan  $b$ . Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan representasi interval berupa garis bilangan yang dibuat oleh mahasiswa yang dapat membantu untuk menemukan hasil dari operasi himpunan. Manfaat dalam penelitian ini sebagai referensi dalam pembelajaran matematika dan pentingnya peranan representasi dalam pembelajaran.

## 2. METODE

Penelitian ini termasuk penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa program studi Pendidikan Matematika semester satu yang sedang menempuh mata kuliah Matematika Dasar. Terdapat lima subjek pada penelitian ini yang membuat representasi berupa garis bilangan. Pengumpulan data pada penelitian dengan pemberian soal tentang operasi *union* dan *intersection* yang melibatkan interval. Instrumen soal yang diberikan adalah sebagai berikut.

Misalkan

$$U=R$$

$$A=[1,5]$$

$$B=(3,10]$$

$$C=[6,8)$$

Carilah:

- a.  $A \cup B$
- b.  $A \cap B$
- c.  $B \cap C$
- d.  $A \cap C$

Metode pengumpulan data penelitian ini dengan memberikan instrumen berupa soal tentang operasi *union* dan *intersection* yang melibatkan interval yang di *share* dengan memanfaatkan aplikasi *Google Classroom*. Setelah mahasiswa selesai mengerjakan kemudian hasil pekerjaan yang telah di scan di *submit* dengan akun *Google Classroom* yang dimiliki oleh setiap mahasiswa. Dari hasil pekerjaan siswa kemudian dianalisis hasil representasi yang telah dibuat.

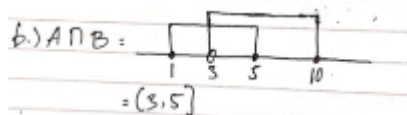
## 3. HASIL DAN DISKUSI

---

Berikut dipaparkan hasil pekerjaan dari beberapa subjek yang melibatkan representasi garis bilangan.

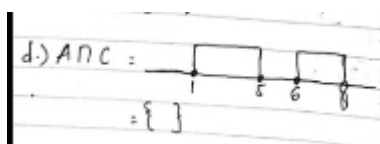
#### Mahasiswa A

Mahasiswa A berusaha mencari hasil operasi himpunan  $A \cap B$  dengan  $A=[1,5]$  dan  $B=(3,10]$ . Mahasiswa A menggambarkan interval tutup  $[1, 5]$  dan interval buka tutup  $(3,10]$  pada garis bilangan. Berdasarkan representasi garis bilangan yang dibuat mahasiswa A dapat menemukan hasil operasi himpunan  $A \cap B$  adalah interval buka tutup  $(3, 5]$ . Berikut hasil representasi garis bilangan oleh mahasiswa A.



Gambar 1. Representasi Garis Bilangan Mahasiswa A

Dalam menyelesaikan soal mengenai operasi himpunan *intersection* dengan  $A \cap C$ , mahasiswa menggambarkan interval  $A=[1,5]$  dan  $C=[6,8)$  pada garis bilangan. Mahasiswa kemudian mencari  $A \cap C$  dengan melihat daerah yang termasuk di interval  $A=[1,5]$  dan interval  $C=[6,8)$ . Ternyata irisan dari himpunan A dan C adalah himpunan kosong. Berikut hasil representasi yang dibuat oleh mahasiswa A



Gambar 2 Representasi Garis Bilangan Mahasiswa A

#### Mahasiswa B

Mahasiswa B mencari hasil operasi himpunan  $A \cup B$  dengan  $A=[1,5]$  dan  $B=(3,10]$ . Serupa dengan mahasiswa A, mahasiswa B menggambarkan interval tutup  $[1, 5]$  dan interval buka tutup  $(3,10]$  pada garis bilangan. Berdasarkan representasi garis bilangan yang dibuat mahasiswa B menemukan hasil operasi himpunan  $A \cup B$  adalah interval buka  $(1, 10)$ . Apabila dicermati representasi garis bilangan yang dibuat mahasiswa B kurang memperhatikan interval yang diketahui. Seperti pada selang  $A=[1,5]$  merupakan selang tutup. Mahasiswa membuat batas bawah dan batas atas dari selang tanpa memperhatikan selang buka atau selang tutup. Berikut hasil representasi garis bilangan oleh mahasiswa B.



Gambar 3. Representasi Garis Bilangan Mahasiswa B

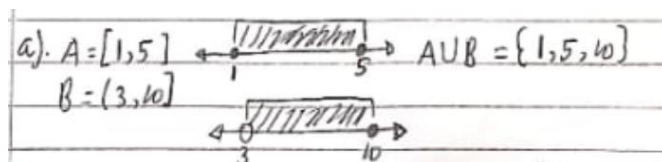
Mahasiswa B menggambarkan interval  $B=(3,10]$  dan  $C=[6,8)$  pada garis bilangan. Kemudian mencari irisan dari kedua himpunan tersebut. Mahasiswa B dapat menemukan irisan dari himpunan B dan C mempunyai batas bawah 6 dan batas atas 8. Namun mahasiswa B kurang memperhatikan posisi selang buka atau tutup himpunan tersebut. Mahasiswa B tidak menuliskan selang buka atau selang tutup pada jawaban yang dituliskan. Berikut ini representasi garis bilangan yang dibuat oleh mahasiswa B.



Gambar 4. Representasi Garis Bilangan Mahasiswa B

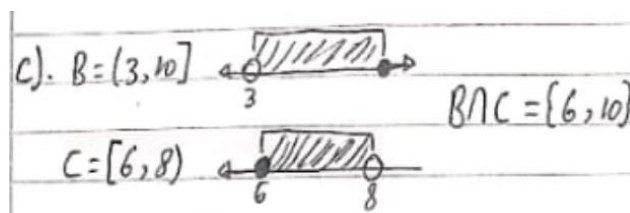
#### Mahasiswa C

Berbeda dengan mahasiswa A dan B, mahasiswa C menggambarkan representasi dengan lebih detail. Mahasiswa C terlebih dahulu menggambarkan selang  $A = [1, 5]$  pada garis bilangan yang pertama. Selanjutnya menggambarkan interval  $A = (3, 10]$  pada garis bilangan yang kedua. Kemudian mahasiswa menemukan hasil operasi himpunan  $A \cup B = \{1, 5, 10\}$ . Mahasiswa dapat menemukan batas atas dan batas bawah dari selang tersebut. Namun belum dapat menuliskan batas atas dan batas bawah selang dengan tepat. Interval yang dinotasikan dengan  $[a, b]$  hal ini berarti  $\{x \in R | a \leq x \leq b\}$  (Morash, 1991). Berikut ini hasil representasi garis bilangan yang dibuat oleh mahasiswa C.



Gambar 5. Representasi Garis Bilangan Mahasiswa C

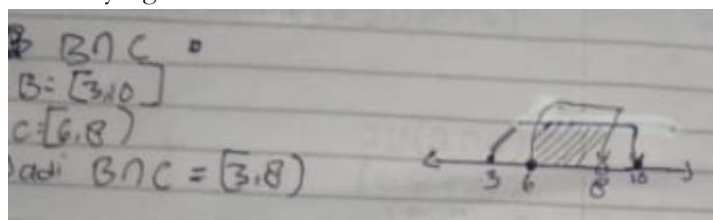
Senada dengan hasil pekerjaan sebelumnya, mahasiswa C menggambarkan representasi dengan lebih detail. Mahasiswa C terlebih dahulu menggambarkan selang  $B = [3, 10]$  pada garis bilangan yang pertama. Selanjutnya menggambarkan interval  $C = [6, 8)$  pada garis bilangan yang kedua. Kemudian mahasiswa menemukan hasil operasi himpunan  $B \cap C = \{6, 10\}$ . Mahasiswa dapat menemukan batas atas dan batas bawah dari selang namun belum tepat dalam penulisan selang. Pada hasil pekerjaan mahasiswa C, belum tepat dalam menemukan hasil operasi  $B \cap C$ . Pada hasil pekerjaan juga tampak representasi yang dibuat kurang tepat, seperti pada selang  $B = [3, 10]$ , mahasiswa C belum menuliskan batas atas 10 pada garis bilangan. Berikut representasi garis bilangan yang dibuat oleh mahasiswa C.



Gambar 6. Representasi Garis Bilangan Mahasiswa C

#### Mahasiswa D

Mahasiswa D membuat representasi pada garis bilangan dengan membuat arsiran pada daerah yang menunjukkan operasi pada himpunan. Mahasiswa menggambarkan selang B dan C. Kemudian mencari daerah yang merupakan hasil dari operasi himpunan  $B \cap C$ . Mahasiswa dapat menemukan  $B \cap C$  pada garis bilangan dengan mengarsir daerah yang termasuk  $B \cap C$  yaitu  $[6, 8)$ . Namun berbeda pada jawaban yang diberikan yaitu  $[3, 8)$ . Berikut hasil representasi yang dibuat oleh mahasiswa D.



Gambar 7. Representasi Garis Bilangan Mahasiswa D

Berdasarkan hasil representasi berupa garis bilangan yang dibuat oleh mahasiswa A, B, C dan D peneliti menduga terdapat alur dalam pembuatan representasi interval dengan garis bilangan yang dipaparkan dalam diagram sebagai berikut.

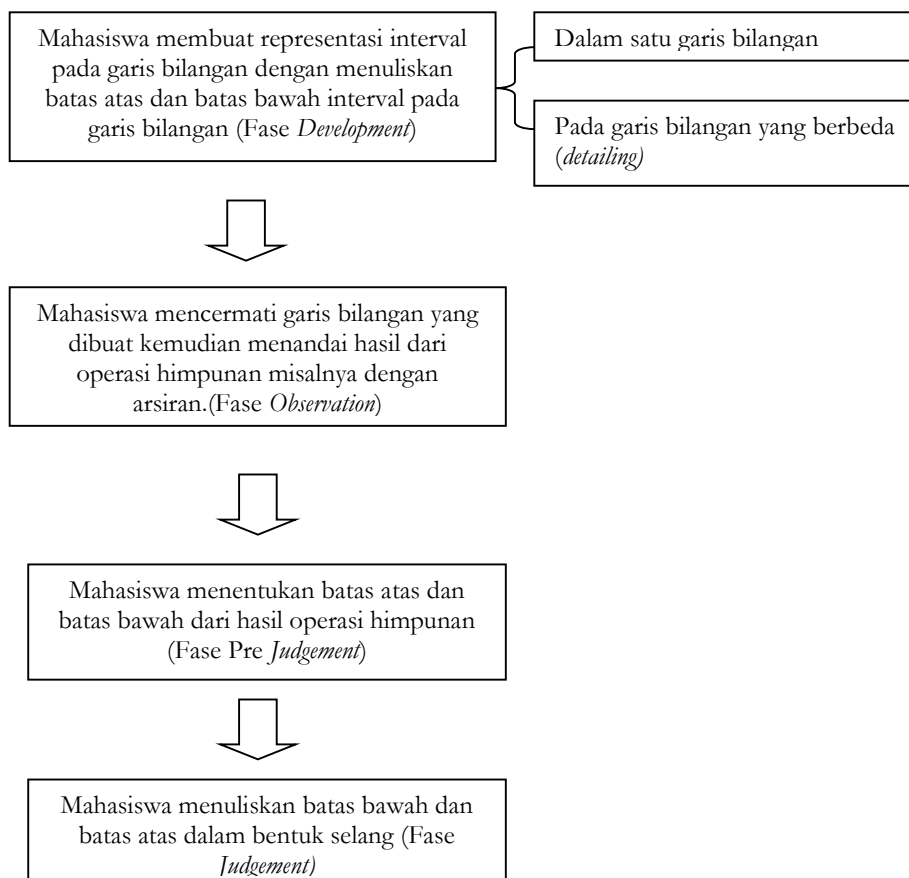


Diagram 1. Alur Pengembangan Representasi Interval pada Garis Bilangan

#### 4. KESIMPULAN

Garis bilangan dapat membantu mahasiswa untuk dapat menemukan hasil dari operasi himpunan yang berupa *intersection* dan *union*. Representasi visual menjadi hal yang penting dalam pembelajaran matematika yang banyak melibatkan konsep yang abstrak. Kesalahan pada representasi yang dibuat dapat mengakibatkan kesalahan pemahaman konsep. Penelitian ini dapat ditindaklanjuti dengan mendalami pola representasi yang dibuat oleh mahasiswa. Pemahaman konsep yang abstrak dalam matematika yang melibatkan representasi di dalamnya, terdapat pola dalam pengembangan representasi tersebut. Sehingga hal ini dapat menambah ranah keilmuan dalam pendidikan matematika.

#### REFERENSI

- Batchelor, Sophie, Sarah Keeble & Camilla Gilmore. (2015). Magnitude Representations and Counting Skills in Preschool Children, *Mathematical Thinking and Learning*, 17:2-3, 116-135, DOI: 10.1080/10986065.2015.1016811
- Brizuela, Bárbara M., Maria Blanton, Katharine Sawrey, Ashley Newman- Owens & Angela Murphy Gardiner (2015) Children's Use of Variables and Variable Notation to Represent Their Algebraic Ideas, *Mathematical Thinking and Learning*, 17:1, 34-63, DOI: 10.1080/10986065.2015.981939
- Damayanti, Nia Wahyu, Purwanto, Parta, I Nengah, Chandra, T'jang Daniel, Mayangsari, Sizillia Noranda, Murtikusuma, Randi Pratama. (2018). Using virtual manipulative to improve motoric skill in autism. *Journal of Physics Conference Series*
- Jitendra, Asha K., Woodward, John. (2019). The Role of Visual Representation in Mathematical Word Problem. *Mathematical Cognition and Learning*

- Jones, J. C. (2011). Visualizing Elementary and Middle School mathematics Methods. <https://doi.org/10.1360/zd-2013-43-6-1064>
- Jones, Steven R., . (2017). Prototype Images in Mathematics Education: The Case of The Graphical Representation of The Definite Integral. *Educ Stud Math*
- Lee, Soo Jin, Rachael Eriksen Brown & Chandra Hawley Orrill (2011) Mathematics Teachers' Reasoning About Fractions and Decimals Using Drawn Representations, *Mathematical Thinking and Learning*, 13:3, 198-220
- Lieshout, Ernest, C. D. M., Dervou, Iro Xenidou. (2018). Pictorial Representation of Simple arithmetic Problems Not Always Helpful: A ognitive Load Perspective. *Educ Stud Math*
- Paula Montenegro, Cecília Costa & Bernardino Lopes. (2018). Transformations in the Visual Representation of a Figural Pattern, *Mathematical Thinking and Learning*, 20:2, 91-107, DOI: 10.1080/10986065.2018.1441599
- Kyunghee Moon , Mary E. Brenner , Bill Jacob & Yukari Okamoto (2013) Prospective Secondary Mathematics Teachers' Understanding and Cognitive Difficulties in Making Connections among Representations, *Mathematical Thinking and Learning*, 15:3, 201-227, DOI: 10.1080/10986065.2013.794322
- Morash, Ronald P. 1991. Bridge to Abstract Mathematics; Mathematical Proof and Structures. New York : McGraw-Hill, Inc.
- Musser, Gary L dan William F. Burger. 2006. Mathematics for Elementary Teacher National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Purcel, Edwin J., Varberg, Rigdon (2010). Calculus (9<sup>th</sup> Edition) . Jakarta: Erlangga
- Van De Walle, John A. (1990). *Elementary School Mathematics : Teaching Developmentally*. London: Longman
- Wilkie, Karina J. (2016). Students' Use of Variables and Multiple Representation in Generalizing Functional Relationship Prior To Secondary School. *Educ Stud Math*
- Villarroel, Jose Domingo, Olga Sanz Ortega. (2017) A Study Regarding The Spontaneous Use of Geometric Shapes in Young Children's Drawing. *Educ Stud Math*
-